COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 NOVEMBRE 1843.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉCONOMIE RURALE. — *Remarques à l'occasion d'un passage du Mémoire de* M. Kuhlmann *relatif à la fertilisation des terres par les sels ammoniacaux, par les nitrates et par d'autres composés azotés; par* M. **Boussingault.**

« Dans le Mémoire très-intéressant de M. Kuhlmann, inséré dans le dernier numéro des *Comptes rendus*, se trouvent deux passages sur lesquels je demande à l'Académie la permission de présenter quelques observations.

» Il est dit à la page 1124:

« Personne ne saurait contester, par exemple, que les plantes marines ne » reçoivent la plus grande partie de leur soude à l'état de chlorure. »

» Plus loin M. Kuhlmann ajoute (page 1125): « Mais comment les chlo- » rures alcalins parviennent-ils à donner leurs bases à des acides orga- » niques?

» J'ai tout lieu de penser que, dans cette transformation, le carbonate » d'ammoniaque, résultat habituel de la décomposition des engrais azotés, ou » le carbonate d'ammoniaque, résultat du contact du chlorhydrate d'ammo- » niaque et du sulfate d'ammoniaque avec la craie sous l'influence du soleil,

» agit, etc. » Je n'ai pas à examiner en ce moment les conséquences ingénieuses que M. Kuhlmann tire de l'action que le carbonate d'ammoniaque exerce sur les sels de soude et de potasse. La réclamation que je me crois en droit de faire, porte uniquement sur le fait de la formation du carbonate d'ammoniaque, par suite de la réaction des sels ammoniacaux fixes sur le carbonate calcaire, s'exerçant à la température ordinaire et dans certaines conditions d'humidité.

» L'objet de cette réclamation paraîtra sans doute bien minime aux yeux des chimistes, mais ils l'excuseront, je l'espère, en vue de l'importance qu'acquiert ce simple fait quand on l'applique aux questions les plus élevées de l'art agricole.

» Ce que M. Kuhlmann a tout lieu de penser, j'ai cherché à le prouver, par une suite d'expériences directes, par la discussion de nombreuses analyses dont j'ai présenté les résultats dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur de lire à l'Académie dans sa séance du 11 septembre 1843.

» Dans ce Mémoire je crois avoir établi, 1° en discutant les observations de M. Schattenmann, que le sulfate et le chlorhydrate d'ammoniaque, employés comme engrais, ne pénètrent pas en nature dans les plantes, du moins en proportion notable, et que leur emploi n'est réellement avantageux qu'alors qu'ils ont été transformés en carbonate ammoniacal.

» 2°. Que les sels ammoniacaux fixes, mêlés avec de la craie lavée et du sable humecté, de manière à donner au mélange la consistance d'une terre meuble et convenablement humide, émettent, à l'instant même à la température ordinaire, à l'ombre, des vapeurs de carbonate d'ammoniaque qu'il est possible de doser; en quelques jours la décomposition des sels ammoniacaux fixes est complète. J'ai expérimenté sur le sulfate, le chlorhydrate, le phosphate et l'oxalate. J'ai dit, à cette occasion, qu'il est à présumer que le chaulage, le marnage, n'ont pas uniquement pour objet de fournir aux cultures l'élément calcaire qui peut leur manquer, mais qu'ils agissent probablement encore en apportant un principe, le carbonate de chaux, qui exerce une action toute spéciale sur les engrais, en changeant, par voie de double décomposition, les sels ammoniacaux qui y sont contenus et qui ne s'assimilent pas, en carbonate assimilable qui porte dans la plante l'azote de la matière organique des fumiers et le carbone tenu en réserve dans les roches calcaires.

» Dans un Mémoire que j'aurai l'honneur de lire très-prochainement, si l'Académie veut bien me le permettre, j'apporterai de nouveaux faits à l'appui des opinions énoncées dans mon précédent travail.

» 3°. Enfin, j'ai fait observer que dans les plantes qui croissent sur les bords de la mer, la soude se trouve en partie combinée à des acides organiques, et que le chlore renfermé dans leurs cendres n'est nullement en rapport avec la forte proportion d'alcali qu'elles contiennent. J'en ai conclu, comme le fait M. Kuhlmann, que la totalité du sodium n'entre pas dans le végétal sous forme de chlorure, mais très-probablement à l'état de carbonate de soude, et cela par suite d'une réaction analogue à celle que fait éprouver le calcaire aux sels ammoniacaux. A l'appui de cette hypothèse, car je prie l'Académie de vouloir bien se rappeler que, dans cette partie de mon travail, j'ai raisonné d'une manière hypothétique, j'ai invoqué une très-ancienne expérience qui prouve que le sel marin, quand il est en contact avec une roche calcaire humide, donne lieu à des efflorescences de carbonate de soude.

» Je terminerai ces observations en déclarant que, dans ma conviction, M. Kuhlmann n'avait pas eu connaissance de mon travail à l'époque où il a rédigé son Mémoire; je saisis cette occasion pour exprimer la satisfaction que j'éprouve en voyant les idées que j'ai énoncées s'accorder sur plusieurs points avec celles de cet habile chimiste. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Réponse à la Lettre que* M. Leclerc-Thoüin *a adressée à l'Académie dans sa dernière séance; par* M. Dutrochet.

« C'est avec regret que je me vois forcé de m'occuper encore une fois, et à coup sûr pour la dernière fois, du Mémoire de M. Leclerc-Thoüin relatif à *l'influence des feuilles de la vigne sur le développement et la maturation des raisins*, Mémoire sur lequel un Rapport approbatif a été fait à l'Académie par un savant agronome, dans sa séance du 31 juillet dernier. Dans l'une des parties de ce Mémoire, M. Leclerc-Thoüin cherche quelle est la cause de la stérilité d'une vigne située dans une orangerie où elle ne recevait point le soleil; cette cause il la cherche au moyen d'expériences faites sur des ceps de vigne qui portaient des grappes de raisin en verjus, expériences qui m'ont paru n'avoir aucun rapport avec le problème dont leur auteur cherchait l'explication. J'ai envoyé quelques observations critiques sur cet objet à l'Académie, dans sa séance du 14 août. J'y ai dit que la cause cherchée de la stérilité de cette vigne se trouvait dans ce fait très-connu : que les arbres trop ombragés cessent de produire des fleurs, ou que, s'ils en produisent, il n'y a point de fécondation. J'ai exprimé mon étonnement de voir M. Leclerc-Thoüin chercher la cause de l'absence de production de fruits dans sa vigne située dans une orangerie, en instituant des expériences sur des

ceps de vigne chargés de fruits. J'ai dit qu'il avait confondu deux phénomènes différents, savoir : la *production* et la *maturation* des fruits.

» M. Leclerc-Thoüin, dans sa Lettre à laquelle je réponds, reconnaît avec moi que chez sa vigne inféconde *il est impossible de ne pas voir que l'absence des fruits était due à l'absence ou à la stérilité des fleurs. Si donc*, ajoute-t-il, *j'ai pu faire penser que je confondais un tel phénomène avec celui du développement et de la maturation du fruit, j'ai fort mal rendu ma pensée.*

» On va voir s'il y a véritablement une *pensée mal rendue* dans le texte du Rapport, texte qui, dans sa partie que je vais citer, est la reproduction très-fidèle des assertions et des idées exprimées dans le Mémoire de M. Leclerc-Thoüin, Mémoire déposé au secrétariat de l'Institut, et que je viens de consulter.

« Un sarment établi le long du mur d'une orangerie ne recevait pas le
» soleil. . . . . ; les feuilles se couvraient de gouttelettes d'un liquide incolore
» et insipide que la faible évaporation du lieu ne faisait pas disparaître;
» mais jamais le cep ne produisait un seul grain de raisin. . . . . L'auteur se
» demanda si la privation de lumière ou le défaut d'évaporation entravait le
» développement des organes reproducteurs. Pour étudier séparément les
» deux parties de la question, il enferma, le 25 juillet, trois ceps sous un
» châssis en planches recouvert de deux panneaux vitrés et noircis intérieu-
» rement. . . . . : en cet état, les raisins cessèrent de se développer; ils per-
» dirent la saveur acide du verjus; ils se vidèrent de liquide. . . . . En même
» temps, l'auteur mettait en expérience trois autres ceps entourés également
» d'un châssis de planches, mais recouverts de vitraux non colorés, etc. »

» Ces expressions sont tellement claires, qu'il n'est pas possible d'y voir *une pensée mal rendue*. M. Leclerc-Thoüin prétend trouver pourquoi sa vigne, située dans une orangerie, ne produisait jamais un seul grain de raisin au moyen d'expériences faites sur des ceps de vigne qui portaient des grappes en verjus; expérimentant ainsi dans un ordre de faits pour conclure dans un autre ordre de faits.

» J'ai donc été très-fondé dans mes observations critiques sur le travail de M. Leclerc-Thoüin. J'aborde actuellement un autre point de ce Mémoire.

» En parlant de l'expérience dans laquelle M. Leclerc-Thoüin avait enfermé trois ceps de vigne dans un châssis vitré dont les carreaux étaient noircis, j'ai dit qu'il *y avait là à la fois pour la vigne, absence d'une lumière suffisante et présence d'une humidité excessive dans l'air où elle se trouvait confinée.* M. Leclerc-Thoüin dit qu'ici certaines conditions de l'ex-

périence *m'ont échappé*, ce qui supposerait, de ma part, un peu de légèreté. Ces conditions sont : 1° qu'il n'arrosait point ses ceps de vigne, dont les racines s'étendaient bien au delà du châssis, ce qui rendait l'arrosement de leurs pieds inutile ; 2° qu'il renouvelait l'air, en sorte que cet air était sec. Ces particularités de l'expérience ne se trouvent point dans le Rapport par lequel seul je connaissais le travail de M. Leclerc-Thoüin ; elles se trouvent effectivement dans son Mémoire manuscrit déposé au secrétariat de l'Institut, Mémoire que je ne pouvais connaître, étant alors loin de Paris. J'y vois que le châssis vitré qui contenait les trois ceps de vigne avait 2 mètres de longueur sur $1^m,35$ de largeur. Comment l'air contenu dans cet étroit espace, que remplissaient en partie les trois ceps et leurs rameaux chargés de feuilles, n'aurait-il pas été chargé d'humidité par la transpiration de ces feuilles, et cela quoique le pied des ceps ne fût pas arrosé, et que M. Leclerc-Thoüin *soulevât accidentellement les panneaux du côté du nord, alors que l'atmosphère extérieure lui semblait le plus absorbante* (expressions textuelles de son Mémoire)? N'est-il pas certain que, malgré ces précautions insuffisantes, et desquelles l'une n'était employée qu'*accidentellement*, le châssis vitré contenait de l'air très-chargé d'humidité? Cependant M. Leclerc-Thoüin prétend qu'ici il *évitait toute complication d'humidité* et que, dans ce châssis, l'atmosphère était *sèche sans excès*. Il convient, toutefois, qu'il n'avait point d'hygromètre pour s'en assurer. Il ajoute enfin que chez les raisins en verjus que portaient les ceps de vigne ainsi placés, *l'embryon ne put se former*. Cette dernière assertion, que j'extrais du Rapport, où je l'avais prise pour une faute d'impression, se trouve textuellement dans le Mémoire dont l'auteur semble ignorer que l'embryon, formé dès l'époque de la fécondation, existe depuis ce temps dans les graines du raisin déjà développé en verjus.

» Je désire sincèrement que M. Leclerc-Thoüin soit bien persuadé que ces observations critiques ne m'ont été dictées par aucun sentiment d'hostilité contre lui : j'ai dû réclamer ici dans l'intérêt de l'honneur de l'Académie ; ce Mémoire, revêtu de son approbation, ne pouvait être publié sans qu'il y fût fait certaines corrections, dont la nécessité n'avait pas été indiquée par le Rapport. »

ASTRONOMIE. — *Mémoire sur l'application du calcul des limites à l'astronomie ; par* M. Augustin Cauchy.

« Dans le Mémoire présenté à l'Académie de Turin en 1831, j'ai montré

comment on pouvait déterminer les limites de l'erreur que l'on commet quand on arrête, après un certain nombre de termes, le développement d'une fonction en une série ordonnée suivant les puissances entières et ascendantes d'une variable. Le nouveau calcul que j'ai appliqué à la solution de ce problème, et que j'ai nommé *calcul des limites*, prouve que l'erreur commise reste inférieure, quand la série est convergente, au reste d'une certaine progression géométrique. Or, un théorème que j'ai donné dans la 9e livraison des *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*, et qui se rapporte aux valeurs moyennes des fonctions, permet d'étendre cette proposition au cas où il s'agit du développement d'une fonction en une série ordonnée suivant les puissances entières d'une exponentielle trigonométrique. En effet, si l'on considère cette exponentielle comme la valeur particulière d'une variable x, correspondante au module 1, le coefficient de la $n^{ième}$ puissance de l'exponentielle, dans le développement de la fonction, ne sera autre chose que la valeur moyenne du rapport entre la fonction et la $n^{ième}$ puissance de x. Or, d'après le théorème en question, on pourra dans cette valeur moyenne remplacer le module 1 par un autre module r, inférieur ou supérieur à l'unité, si la fonction ne cesse pas d'être continue, tandis que le module de x varie entre les limites 1 et r. D'ailleurs, cette condition étant supposée remplie, il est clair que si l'on arrête, après un certain nombre de termes, la partie du développement de la fonction qui renferme ou les puissances descendantes, ou les puissances ascendantes de l'exponentielle trigonométrique, l'erreur commise sera inférieure au reste correspondant de la progression géométrique qui aurait pour premier terme la valeur moyenne de la fonction, correspondante au module r, et pour raison ce module même, ou l'inverse de ce module, c'est-à-dire le rapport $\frac{1}{r}$.

» Ce n'est pas tout. Si au premier terme du développement, c'est-à-dire au terme indépendant de la variable et représenté par la valeur moyenne de la fonction donnée, on substitue la moyenne arithmétique entre les n valeurs qu'acquiert la fonction quand on égale successivement la variable aux diverses racines $n^{ièmes}$ de l'unité; l'erreur commise se composera de deux parties, dont chacune sera le produit de la puissance $n^{ième}$ du module r ou $\frac{1}{r}$ par la somme d'une progression géométrique qui offrira pour raison cette même puissance. On pourra donc calculer très-simplement ce premier terme, et même, par un calcul analogue, un terme quelconque de la série, avec une approximation définie, et aussi grande que l'on voudra.

» Les principes que je viens d'exposer sont particulièrement utiles dans l'astronomie. Si on les applique au développement de la fonction perturbatrice qui répond à une planète donnée, et spécialement au développement du terme réciproquement proportionnel à la distance mutuelle de deux planètes m, m', en une série ordonnée suivant les puissances entières de l'exponentielle trigonométrique qui a pour argument l'anomalie moyenne de m, on reconnaîtra : 1° que le module r ou $\frac{1}{r}$ doit rester compris entre les valeurs réelles qu'acquiert cette exponentielle, quand le cosinus de l'anomalie excentrique se réduit au nombre réciproque de l'excentricité ; 2° que de plus le module r ou $\frac{1}{r}$ doit offrir une valeur comprise entre celles qui peuvent réduire à zéro la fonction représentée par la distance mutuelle des deux planètes.

» Je développerai, dans de prochains Mémoires, les nombreuses et importantes applications de ces principes. J'offrirai ces Mémoires avec confiance à mes honorables confrères du Bureau des Longitudes, et particulièrement à celui d'entre eux qui a bien voulu me témoigner le désir que je m'occupasse plus spécialement d'astronomie. Ces nouvelles recherches leur prouveront que, si jusqu'à présent il ne m'a pas été permis de me réunir à eux ailleurs que dans cette enceinte, je ne cesse pas pour cela de prendre une part active à leurs travaux, et de remplir de mon mieux la tâche qu'ils m'ont imposée en m'appelant, comme géomètre, en novembre 1839, à redoubler d'efforts pour faire servir l'analyse aux progrès de l'astronomie. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les formules qui servent à décomposer en fractions rationnelles le rapport entre deux produits de factorielles réciproques ; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Nommons $\Pi(x, t)$ la factorielle réciproque qui a pour base la variable x, et pour raison la variable t dont on suppose le module inférieur à l'unité. Alors, en posant, pour abréger,

$$\varpi(x, t) = (1 + x)(1 + tx)(1 + t^2 x)\ldots,$$

on aura

$$\Pi(x, t) = \varpi(x, t)\varpi(tx^{-1}, t),$$

ou, ce qui revient au même,

$$(1)\quad \Pi(x, t) = (1 + x)(1 + tx)(1 + t^2 x)\ldots(1 + tx^{-1})(1 + t^2 x^{-1})\ldots.$$

Soit d'ailleurs $f(x)$ le rapport entre deux produits de factorielles réciproques, qui offrent le même module t, avec des bases proportionnelles à la variable x, en sorte qu'on ait

$$(2)\qquad f(x) = \frac{\Pi(\lambda x, t)\,\Pi(\mu x, t)\,\Pi(\nu x, t)\ldots}{\Pi(\alpha x, t)\,\Pi(\beta x, t)\,\Pi(\gamma x, t)\ldots}.$$

Enfin, posons

$$(3)\qquad \mathrm{F}(x) = f(x) - \mathcal{E}\frac{(f(z))}{x-z}\psi\left(\frac{x}{z}\right),$$

$\psi(x)$ étant une fonction qui reste finie pour une valeur quelconque de x, qui vérifie la condition

$$(4)\qquad \psi(1) = 1,$$

et qui soit telle que les résidus dont la somme est représentée par l'expression

$$(5)\qquad \mathcal{E}\frac{(f(z))}{x-z}\psi\left(\frac{x}{z}\right)$$

forment une série convergente. Alors $\mathrm{F}(x)$ sera une fonction nouvelle qui ne deviendra plus infinie pour aucune valeur finie de x distincte de zéro, et qui sera généralement ou nulle, ou développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances entières, positives, nulle et négatives de la variable x.

» Comme les divers facteurs de la fonction

$$\frac{1}{f(x)}$$

seront de la forme

$$1 + hx,$$

h désignant le produit de l'un des coefficients

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ldots,$$

par une puissance entière t^n de la raison t; chacun des résidus compris dans l'expression (5) sera de la forme

$$\frac{\mathrm{H}}{1 + hx},$$

H désignant une constante ou une fonction de x qui devra prendre une valeur égale à celle du produit

$$(1 + hx)\,f(x),$$

et vérifier en conséquence la condition

$$\text{(6)} \qquad \mathrm{H} = (1 + hx) f(x),$$

pour la racine $x = -\frac{1}{h}$ de l'équation

$$1 + hx = 0.$$

On pourra d'ailleurs déterminer sans peine la valeur de H, à l'aide des considérations suivantes.

» Si l'on pose, pour abréger,

$$\frac{\Pi(x, t)}{1 + x} = \Omega(x, t)$$

et

$$f(x) = \frac{\Pi(\lambda x, t)\,\Pi(\mu x, t)\,\Pi(\nu x, t)\ldots}{\Omega(\alpha x, t)\,\Omega(6 x, t)\,\Omega(\gamma x, t)\ldots},$$

l'équation (2) pourra être réduite à

$$\text{(7)} \qquad f(x) = \frac{\mathrm{f}(x)}{(1 + \alpha x)(1 + 6x)(1 + \gamma x)\ldots},$$

et par suite, il sera facile d'obtenir les valeurs de H correspondantes au cas où l'on prendra pour h un des coefficients α, 6, γ,.... Ainsi, par exemple, la valeur de H correspondante à $h = \alpha$ pourra être la valeur même du produit

$$(1 + \alpha x) f(x),$$

correspondante à $x = -\frac{1}{\alpha}$; donc, si l'on nomme Θ_α cette valeur de H, on pourra prendre

$$\Theta_\alpha = \frac{\mathrm{f}\left(-\frac{1}{\alpha}\right)}{\left(1 - \frac{6}{\alpha}\right)\left(1 - \frac{\gamma}{\alpha}\right)\ldots},$$

ou, en d'autres termes,

$$\text{(8)} \qquad \Theta_\alpha = -\mathcal{E}\frac{z^{-1}\mathrm{f}(z)}{(1 + \alpha z)(1 + 6z)(1 + \gamma z)\ldots}.$$

» Soit maintenant l le nombre des factorielles réciproques qui entrent dans le numérateur du rapport $f(x)$; soit, au contraire, $l + m$ le nombre de

celles qui composent le dénominateur, et faisons, pour abréger,

$$\theta = \frac{\lambda\mu\nu\ldots}{\alpha\beta\gamma\ldots}.$$

On tirera de l'équation (2)

$$(9) \qquad f(x) = \theta x^m f(tx);$$

et, par suite, on trouvera, pour des valeurs entières de n,

$$(10) \qquad f(x) = \theta^n t^{\frac{n(n-1)}{2}m} x^{nm} f(t^n x).$$

En remplaçant, dans cette dernière formule, x par $t^{-n}x$, on en conclut qu'elle subsiste même pour des valeurs négatives, mais entières, de n.

» Cela posé, prenons pour h l'un des produits

$$\alpha t^n, \quad \beta t^n, \quad \gamma t^n, \ldots,$$

et supposons, pour fixer les idées,

$$h = \alpha t^n.$$

La valeur correspondante de H devra vérifier, pour $x = -\frac{1}{\alpha t^n}$, la condition (6), ou

$$\mathrm{H} = \theta^n t^{\frac{n(n-1)}{2}m} x^{nm}(1 + \alpha t^n x) f(t^n x);$$

et, comme Θ_α représente la valeur du produit

$$(1 + \alpha x) f(x)$$

correspondante à $x = -\frac{1}{\alpha}$, cette condition pourra être réduite à

$$(11) \qquad \mathrm{H} = \Theta_\alpha \theta^n t^{\frac{n(n-1)}{2}m} x^{nm}.$$

Or, puisque la valeur de H, fournie par la formule (11), restera finie, non-seulement pour $x = -\frac{1}{\alpha t^n}$, mais encore pour une valeur finie quelconque de x, il est clair que cette formule pourra être considérée comme propre à déterminer la valeur de H, quel que soit x, si la série qui a pour terme général la fraction

$$(12) \qquad \frac{\theta^n t^{\frac{n(n-1)}{2}m} x^{nm}}{1 + \alpha t^n x}$$

est une série convergente. D'ailleurs cette dernière condition sera toujours évidemment satisfaite, si l'on a $m > 0$. Donc alors on pourra supposer la valeur générale de H déterminée par la formule (11), et la formule (3) donnera

$$(13) \quad F(x) = f(x) - \Theta_\alpha \sum \frac{\theta^n t^{\frac{n(n-1)}{2}m} x^{nm}}{1 + \alpha t^n x} - \Theta_6 \sum \frac{\theta^n t^{\frac{n(n-1)}{2}m} x^{nm}}{1 + 6 t^n x} - \text{etc.},$$

les sommes indiquées par le signe $\sum$ s'étendant à toutes les valeurs entières, positives, nulle et négatives de n. En d'autres termes, on aura, pour $m > 0$,

$$(14) \quad f(x) = F(x) - \mathcal{E} \frac{f(z)}{[(1+\alpha z)(1+6z)\ldots]} \sum \theta^n \frac{t^{\frac{n(n-1)}{2}m} x^{nm}}{z - t^n x},$$

$F(x)$ désignant une fonction qui sera développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances entières, positives, nulle et négatives de x. D'ailleurs, on tirera des formules (9) et (14)

$$(15) \quad F(x) = \theta x^m F(tx),$$

et l'on pourra de la formule (15) déduire immédiatement la valeur de $F(x)$, en opérant comme nous l'avons déjà fait dans un cas semblable (*voir* le *Compte rendu* de la séance du 9 octobre, page 699). On trouvera ainsi

$$(16) \quad F(x) = K_0 \Pi(\theta x^m, t) + K_1 \Pi(\theta t x^m, t) + \ldots + K_{m-1} x^{m-1} \Pi(\theta t^{m-1} x^m, t),$$

la valeur générale de K_i étant donnée par la formule

$$(17) \quad K_i = \frac{F(\mathrm{x}) + r^{-i} F(r\mathrm{x}) + r^{-2i} F(r^2 x) + \ldots + r^{-(m+1)i} F(r^{m-1}\mathrm{x})}{m\mathrm{x}^i \Pi(\theta t^i \mathrm{x}^m, t^m)},$$

dans laquelle x désigne une valeur particulière de x, et r l'une des racines primitives de l'unité du degré m. Quant aux valeurs particulières de $F(x)$ représentées par

$$F(\mathrm{x}), \quad F(r\mathrm{x}), \ldots, \quad F(r^{m-1}\mathrm{x}),$$

on pourra aisément les déduire de la formule (13) jointe à la formule (2).

» Nous avons, dans ce qui précède, supposé la valeur de m positive. Si l'on supposait au contraire m négatif, alors, pour satisfaire aux conditions prescrites, on serait obligé de multiplier le second membre de la formule (11)

par l'expression

$$(-\alpha t^n x)^{-nm},$$

et par conséquent de substituer à cette formule la suivante

$$(18)\qquad H = (-1)^{mn}\theta^n \alpha^{-mn} t^{-\frac{n(n+1)}{2}m}.$$

Alors aussi la fonction $F(x)$, devant s'évanouir pour des valeurs nulles ou infinies de x, se réduirait nécessairement à zéro, et à la place de l'équation (14) on obtiendrait la formule

$$(19)\qquad f(x) = -\mathcal{E}\frac{f(z)}{((1+\alpha z)(1+6z)\ldots)}\sum(-1)^{mn}\theta^n\frac{z^{-mn}t^{-\frac{n(n-1)}{2}m}}{z-t^n x},$$

qui s'accorde avec les résultats obtenus par M. Jacobi dans le cas particulier où $f(x)$ se réduit à l'inverse d'une seule factorielle.

» Enfin, si l'on supposait $m = 0$, on verrait la formule (3) se réduire à des équations que j'ai déjà obtenues, dans un précédent Mémoire (*Comptes rendus*, tome XVII, pages 701 et 703), et qui renferment comme cas particuliers, les formules données par M. Jacobi pour la décomposition des fonctions elliptiques ou de leurs puissances en fractions rationnelles. »

M. Cauchy fait hommage à l'Académie d'une nouvelle édition italienne de son « Mémoire sur les méthodes analytiques. » (Voir au *Bulletin bibliographique.*)

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par voie de scrutin, à la nomination d'un membre pour la place vacante dans la Section d'Astronomie par suite du décès de M. *Bouvard*.

Le nombre des votants est de 51; majorité, 26.

Au premier tour de scrutin,

M. Mauvais obtient.	30 suffrages,
M. Leverrier.	7
M. Bravais.	6
M. Largeteau.	6
M. Eugène Bouvard	1

Il y a un billet blanc.

M. Mauvais, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu. Sa nomination sera soumise à l'approbation du Roi.

MÉMOIRES LUS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur l'influence des enveloppes dans les machines à vapeur; par* M. COMBES.

(Commission précédemment nommée.)

« Dans un Mémoire que j'ai présenté à l'Académie, le 3 avril 1843, j'insistais sur le fait de la liquéfaction de l'eau dans le cylindre des machines à vapeur pendant l'admission, et de la vaporisation de cette eau, soit pendant la détente, soit ensuite pendant la période de condensation. De ce phénomène résultait, suivant moi, l'utilité d'exposer les cylindres à une source de chaleur extérieure. Je désirais depuis longtemps vérifier, par des expériences précises et comparables entre elles, l'exactitude des aperçus que je viens de rappeler. Une occasion favorable pour cela m'a été offerte dernièrement par l'obligeance extrême de M. Albinet, fabricant de couvertures, rue de la Vieille-Estrapade, n° 12, dont les ateliers ont pour moteur une machine à détente de M. Farcot, munie d'une enveloppe. M. Farcot, l'un de nos plus habiles constructeurs, a adapté depuis quelques années, d'après les conseils de M. Thomas, professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, des enveloppes à toutes les machines qui sortent de ses ateliers. La vapeur est admise librement de la chaudière dans l'espace annulaire compris entre l'enveloppe et le cylindre, et passe de là dans la boîte du tiroir de distribution. La machine placée dans la manufacture de M. Albinet est disposée ainsi. J'avais appris que l'enveloppe de cette machine ayant éprouvé une avarie accidentelle, on fut obligé de conduire la vapeur directement à la boîte de distribution, et de marcher ainsi pendant plusieurs jours consécutifs. Le résultat avait été une augmentation de combustible dans le rapport de 6 à 10. Un fait analogue avait été observé sur une machine du même constructeur, placée dans les environs de Sedan.

» J'ai voulu constater ces faits par des observations directes plus complètes. Pour cela, j'ai fait marcher pendant quatre jours consécutifs la machine de M. Albinet dans les circonstances où elle est habituellement, c'est-à-dire la vapeur de la chaudière passant par l'enveloppe pour arriver à la boîte de distribution. On a mesuré exactement la quantité d'eau injectée dans la chaudière, qui était prise par la pompe alimentaire dans une caisse prismatique jaugée d'avance et que l'on remplissait, quand elle était vide, avec

une partie de l'eau provenant de la condensation de la vapeur. On a pesé soigneusement la quantité de houille consommée; on a recueilli l'eau condensée dans l'enveloppe, qui s'écoulait au dehors par un tuyau adapté à l'enveloppe et muni d'un robinet que l'on tournait de façon à ne laisser ouvert qu'un très-faible passage. De demi-heure en demi-heure on relevait la courbe des tensions de la vapeur dans le cylindre, au moyen de l'indicateur à ressort que j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie; c'est l'indicateur de Mac-Naught, que j'ai rapporté d'Angleterre en 1833, et que j'ai légèrement modifié pour le rendre d'un usage plus commode et un peu plus exact. On observait en même temps la tension de la vapeur accusée par le manomètre de la chaudière, la tension dans le condenseur accusée aussi par un manomètre, et le nombre de coups de piston par minute. Les ateliers marchaient d'ailleurs comme à l'ordinaire, et nos observations n'ont en rien modifié le travail.

» M. Farcot a conduit ensuite la vapeur directement de la chaudière à la boîte de distribution, l'enveloppe ne fonctionnant plus et n'agissant que comme obstacle au contact direct du cylindre avec l'atmosphère ambiante Le changement de tuyau a été opéré dans la nuit, et la machine a marché ainsi pendant trois jours de suite sans enveloppe. Les quantités d'eau injectées dans la chaudière, la houille brûlée, ont été mesurées, et l'on a recueilli les mêmes observations que dans la première série d'expériences.

» Enfin, dans une dernière série d'observations qui ont été continuées aussi pendant trois jours, la vapeur arrivait encore directement de la chaudière à la boîte de distribution; mais l'enveloppe était mise en communication avec la chaudière, et par conséquent le cylindre était entouré de vapeur.

» J'ai été secondé, pendant la durée de ces expériences, qui exigeaient constamment la présence d'une ou deux personnes, dans le local de la machine, par M. l'ingénieur des Mines Le Chatelier, que l'on trouve toujours empressé de contribuer par son activité et son intelligence à toutes les choses utiles, et par MM. Bertera et Rivot, élèves-ingénieurs des Mines.

» Voici le tableau des résultats observés :

SÉRIES.	NUMÉROS des jours d'expér.	DURÉE des expér. journali.	CONSOMMAT. TOTALE.		PRESSIONS MOYENNES.			CONSOMMATION par heure.		Quantité d'eau vaporisée par kil. de houille.	EAU CONDENSÉE dans l'enveloppe.	
			Houille.	Eau.	Chaudière.	Cylindre (pendant l'admis.)	Condenseur.	Houille.	Eau.		Totale.	Rapport à la dép. totale.
Première série. (La vapeur passant par l'enveloppe avant d'arriver au cylindre.)	1.	h. m. 11. 0	kil. 166,00	kil. 965,00	"	"	"	kil. 15,09	kil. 87,73	kil. 5,75	kil. "	"
	2.	9 0	139,50	804,00	atmosph. 3,82	atmosph. 2,57	atmosph. 0,26	15,50	89,33	5,75	82	0,100
	3.	11.30	186,00	992,00	"	"	"	16,09	86,26	5,33	"	"
	4.	11.45	181,00	1043,00	"	"	"	15,40	88,76	5,76	"	"
	Totaux et moyenn.	43.15	672,50	3804,00	"	"	"	15,55	87,75	5,66	82	0,100
Deuxième série. (La machine fonctionnant sans enveloppe.)	1.	10.30	279,00	1532,00	"	"	"	26,57	145,90	5,49	"	"
	2.	11.30	310,00	1734,00	"	"	"	26,96	150,79	5,59	"	"
	3.	11.30	310,00	1773,40	3,50	2,55	0,28	26,96	154,22	5,72	"	"
	Totaux et moyenn.	33.30	899,00	5039,70	"	"	"	26,83	150,44	5,61	"	"
Troisième série. (L'enveloppe remplie séparément et la vapeur arrivant directement au cylindre.)	1.	10.30	217,00	1155,00	3,50	2,73	0,24	20,66	110,00	5,32	121	0,100
	2.	11.30	248,00	1334,40	"	"	"	21,56	116,03	5,38	143	0,107
	3.	10.30	201,50	1058,40	"	"	"	19,19	100,80	5,25	143	0,135
	Totaux et moyenn.	32.30	666,50	3547,80	"	"	"	20,50	109,16	5,32	417	0,117

» Le cylindre de la machine sur laquelle ont été faites ces expériences a un diamètre de $0^{m},39$; la course du piston est de $0^{m},80$.

» L'espace libre compris entre l'extrémité supérieure de la course du piston et le tiroir de distribution, est égal à $\frac{1}{25}$ du volume engendré par une excursion du piston.

» Cette machine est très-peu chargée. Aussi les diagrammes relevés font-ils voir que la vapeur n'est admise que pendant $\frac{1}{20}$ environ de la course du piston, et le travail appliqué au piston, tel qu'il résulte des diagrammes, en supposant l'égalité pour les deux courses ascendante et descendante, est seulement de six à sept chevaux vapeur.

» Le modérateur règle la vitesse de la machine, en agissant sur la détente.

» Il résulte des observations contenues dans le tableau précédent, qu'en supposant que la charge moyenne de la machine ait été la même dans les trois séries d'expériences, ce qui est certainement à peu près exact, les consommations moyennes d'eau, par heure de travail, et par conséquent pour un même effet dynamique, ont été :

» Dans la première série, de $87^{k},95$, dont les $\frac{10}{100}$ au moins ne sont point arrivés dans le cylindre, parce qu'ils ont été condensés dans l'enveloppe, recueillis et mesurés à part, ce qui réduit la quantité d'eau réellement admise dans le cylindre à $79^{k},16$.

» Dans la deuxième série, de $150^{k},44$, qui ont été entièrement admis dans le cylindre.

» Dans la troisième série, de $109^{k},16$, dont la dixième partie environ n'est point entrée dans le cylindre, puisqu'elle a été condensée dans l'enveloppe et recueillie, ce qui réduit à $98^{k},25$ le poids de l'eau réellement admis.

» Les consommations de houille ont été, dans les deux premières séries d'expériences, sensiblement proportionnelles aux quantités d'eau injectées dans la chaudière. Ainsi, 1 kilogramme de houille a évaporé moyennement, dans la première série, $5^{k},66$, et dans la seconde, $5^{k},61$ d'eau. La dernière série d'expériences fournit des résultats intermédiaires entre ceux des deux premières séries pour les quantités d'eau et de houille consommées; chaque kilogramme de houille n'a évaporé en moyenne que $5^{k},32$ d'eau : cela tient vraisemblablement à ce que l'on a changé de chaudière en passant de la deuxième à la troisième série d'expériences.

» Je joins à cette Note trois diagrammes, dont un est relatif à chacune de mes séries d'expériences. Tous les diagrammes d'une même série sont à peu près semblables entre eux et présentent exactement les mêmes caractères distinctifs.

» Dans tous ceux de la première série, le petit piston de l'indicateur est lancé brusquement par la pression de la vapeur, au moment où elle est admise dans le cylindre, fort au delà du point où il devrait s'arrêter pour accuser la tension réelle de cette vapeur. Il redescend jusqu'au point où le ressort fait équilibre à la pression de la vapeur, et y reste stationnaire. Le crayon trace alors une ligne très-courte à peu près horizontale, à laquelle se rattache la courbe des pressions variables pendant la détente, dont l'origine est bien indiquée sur le diagramme.

» Dans les diagrammes de la seconde série, le piston de l'indicateur n'est pas ainsi lancé brusquement au moment de l'admission, et ne dépasse pas la position où le ressort de l'instrument fait équilibre à la pression de la vapeur dans le cylindre. Celle-ci augmente progressivement et le crayon trace, au commencement de la course, une courbe sans ressauts marqués, où l'on distingue encore nettement le point où la détente a commencé.

» Enfin, dans les diagrammes de la troisième série, la tension de la vapeur dans le cylindre, au moment de l'admission, croît encore plus brusquement que la première fois. Le piston de l'indicateur oscille en dessus et en dessous de la pression qui s'établit, et le crayon trace une ligne en zigzag à angles vifs. Le point où la soupape d'admission se ferme n'est plus nettement marqué sur le diagramme.

» Dans tous les diagrammes, à la fin de la détente, la courbe des tensions de la vapeur se tient au-dessus de l'hyperbole que donnerait la loi de Mariotte. Dans ceux de la première série, la courbe des tensions est constamment au-dessus de cette hyperbole; dans ceux de la deuxième série, lorsque l'enveloppe ne fonctionne pas, la courbe descend d'abord en dessous de l'hyperbole, qu'elle vient couper au tiers, à peu près, de la course du piston.

» Les lignes qui indiquent les pressions existantes dans le cylindre, lorsqu'il est en communication avec le condenseur, montrent que le vide se fait en général plus vite dans le cylindre, lorsque la vapeur passe dans l'enveloppe, que lorsque l'enveloppe est supprimée. Ainsi, dans le diagramme joint à cette Note, et qui se rapporte à la première série, la pression dans le cylindre est tombée à $\frac{6}{20}$ d'atmosphère, au moment même où la communication avec le condenseur a été établie, et à la fin de la course ascendante du piston cette pression était encore de $\frac{5}{20}$ d'atmosphère.

» Dans celui qui se rapporte à la machine fonctionnant sans enveloppe, la pression est tombée seulement à $\frac{7\frac{1}{2}}{20}$ d'atmosphère au moment de la mise en

communication avec le condenseur; et elle a diminué graduellement jusqu'à $\frac{5}{20}$ d'atmosphère, comme dans le premier cas.

» L'excès de dépense de combustible que M. Farcot avait remarqué dans sa pratique, lorsque l'enveloppe ne fonctionnait pas, est donc un fait bien positif et qui doit être attribué à l'économie d'eau considérable résultant de ce que, lorsque le cylindre est exposé à une source de chaleur extérieure, la liquéfaction de vapeur qui se produit au moment de l'admission est, ou nulle, ou beaucoup moins considérable que lorsque le cylindre n'est pas réchauffé. Il ne suffirait pas de protéger celui-ci contre le refroidissement dû au rayonnement ou au contact du milieu environnant. L'enveloppe sert à réparer les pertes provenant du refroidissement qui est la suite de la mise en communication avec le condenseur, ou plutôt à prévenir les causes de ce refroidissement. On ne saurait expliquer les différences que nous avons observées sur la machine de M. Albinet par un entraînement d'eau liquide venant de la chaudière; d'une part, on ne voit pas pourquoi il y aurait eu plus ou moins de vapeur entraînée, suivant que l'on faisait ou que l'on ne faisait pas passer la vapeur par l'enveloppe pour la conduire à la boîte du tiroir de distribution; d'un autre côté, les quantités d'eau vaporisées par kilogramme de houille sont sensiblement les mêmes dans les deux premières séries d'expériences.

» Des observations que j'ai faites sur une machine dépourvue d'enveloppe établie au Pecq, pour élever les eaux de la Seine dans le réservoir de la ville de Saint-Germain, viennent, ainsi que celles qui précèdent, à l'appui des idées émises dans mon Mémoire du 3 avril dernier.

» Un des diagrammes recueillis sur la machine du Pecq est joint à cette Note.

» Je me réserve de faire plus tard un examen plus approfondi de toutes les circonstances que présentent mes observations sur la machine de M. Albinet, et de répéter des observations analogues sur des machines différentes. Tout en reconnaissant qu'il faudra des essais plus variés pour assigner une évaluation précise de l'économie à laquelle donnent lieu les enveloppes, ceux qui précèdent suffisent pour établir que cette économie est considérable, et m'ont paru dignes, sous ce rapport, d'être communiqués à l'Académie. »

CHIMIE. — *Recherches sur l'eau régale et sur un produit particulier auquel elle doit ses principales propriétés; par* M. A. BAUDRIMONT. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Thenard, Pelouze, Dumas, Regnault.)

« Quoique l'eau régale soit connue depuis plus de dix siècles, et quoique l'on en fasse un fréquent usage, elle n'a été l'objet que d'un très-petit nombre de recherches de la part des chimistes. On pense généralement qu'elle doit la propriété de dissoudre l'or à la présence du chlore libre; cependant, en 1831, M. Edmond Davy a publié un Mémoire dans lequel il tend à démontrer que le produit actif de l'eau régale est un gaz particulier formé de volumes égaux de chlore et de bioxyde d'azote non condensés. Il dit que ce gaz a un poids spécifique de 1,759, et il lui donne le nom de gaz *chloronitreux*. Le procédé suivi par M. Edmond Davy pour obtenir ce gaz consiste à mettre en présence le chlorure sodique ou potassique fondu, et l'azotate hydrique concentré. La nature des matières réagissantes et la composition assignée au gaz chloronitreux indiquent bien nettement qu'il est impossible d'obtenir ce gaz sans qu'il soit mêlé de chlore, comme le démontre cette égalité :

$$4\,AzO_6H + 3\,ClNa = 3\,AzO_6Na + AzO_2,\ Cl_2 + Cl.$$

» La présence du chlore dans le prétendu gaz de l'eau régale n'ayant point dû permettre d'en étudier les propriétés d'une manière convenable, j'ai pensé que de nouvelles recherches ne seraient pas sans intérêt. C'est leur résultat que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie.

» Lorsque l'on chauffe un mélange de deux parties pondérales d'acide nitrique et de trois parties d'acide chlorhydrique du commerce, un gaz rouge commence à se dégager vers la température de + 86 degrés. Si l'on fait passer ce gaz dans un tube en U, dont la paroi externe plonge dans de la glace pilée, on le prive des parties condensables qu'il aurait pu entraîner. L'expérience a appris que les premières portions de gaz sont mélangées de gaz chlorhydrique, et que les dernières seulement sont suffisamment pures.

» Ce gaz ne rougit point le papier de tournesol bien sec, mais il le décolore en quelques heures; il le rougit lorsqu'il est humide. A 0 degré l'eau en dissout 0,3928 de son poids, ou 121 fois son volume. Cette liqueur est rouge-clair; elle a un poids spécifique de 1,1611. Renfermée dans un tube scellé à la lampe, elle n'est point décolorée par l'action des rayons solaires longtemps

prolongée. Elle possède d'ailleurs toutes les propriétés connues de l'eau régale.

» Le gaz de l'eau régale attaque plusieurs métaux, tels que l'or et le platine: l'arsenic et l'antimoine, pulvérisés, brûlent dans ce gaz avec lumière lorsqu'on les y projette; mais, chose singulière, il exerce à peine une action sensible sur le phosphore, même lorsque l'on fait entrer ce corps en fusion à l'aide de la chaleur. Le produit actif de l'eau régale ne s'unit point directement aux oxydes métalliques: il donne un chlorure et un azotate par une réaction facile à expliquer. La quantité de chlorure formé dépasse toujours celle indiquée par la théorie, c'est-à-dire deux équivalents contre un d'azotate, sans doute parce que ce produit décompose les azotates et les transforme en chlorures.

» Lorsque l'on fait arriver le gaz de l'eau régale dans des tubes effilés, plongés dans un mélange réfrigérant formé de sel marin et de glace pilée, il se liquéfie.

» Le produit liquide est rouge foncé, mais beaucoup moins que l'acide hypochloreux. Il entre en ébullition à $-7°,2$; son poids spécifique à $+8$ degrés $= 1,3677$. Son coefficient de dilatation, mesuré au-dessus de son point d'ébullition dans des tubes fermés, croît très-rapidement.

Entre $0°$ et $+6°$, il est de 0,0020091;
Entre $+6°,4$ et $+18°,4$, il est de 0,0035648.

» Introduit dans un tube de 12 millimètres de diamètre intérieur, contenant un autre tube de $3^{mm},25$ de diamètre extérieur et de $1^{mm},20$ de diamètre intérieur, la différence des deux niveaux du liquide à $+6°,8 = 5$ millimètres.

» De nombreux essais ont été tentés pour déterminer l'indice de réfraction de ce liquide, ainsi que sa chaleur spécifique et la chaleur latente de sa vapeur; mais les résultats que j'ai obtenus sont trop imparfaits pour les livrer à la publicité.

» Le poids spécifique du gaz rouge de l'eau régale, déterminé par deux procédés différents, est d'environ 2,49.

» Le liquide attaque tous les métaux que l'on met en contact avec lui. Avec l'argent pulvérulent, provenant de la réduction du chlorure de ce métal, il fait explosion et disparaît immédiatement. Il s'évapore sans attaquer le phosphore.

» L'analyse a indiqué que le produit actif de l'eau régale est formé d'a-

zote, d'oxygène et de chlore dans les rapports suivants :

Azote.	0,126	175	= Az
Oxygène	0,224	300	= 30
Chlore	0,650	885	= 2Cl
	1,000	1,360	= $Az\,O_3\,Cl_2$.

» La composition de ce produit indique qu'il peut être représenté par une formule semblable à celle de l'acide azotique anhydre, car $Az\,\overline{O_3\,O_2}$ est semblable à $Az\,\overline{O_3\,Cl_2}$. Cela étant, et en me fondant sur des antécédents acquis à la science par la découverte de l'acide chloro-sulfurique, je propose de nommer ce corps *acide chlorazotique,* quoiqu'en réalité il ne soit point acide, puisqu'il ne sature point les bases: 1 équivalent d'acide chlorazotique correspond à 6 volumes de vapeur.

» La liquéfaction du gaz chlorazotique, le point d'ébullition du gaz liquéfié, sa solubilité directe dans l'eau, son action sur les oxydes métalliques, indiquent bien évidemment que ce corps est d'une nature toute particulière, nettement définie, et que sa composition correspond à celle de l'acide azotique supposé anhydre. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *De la désulfuration des métaux en général, appliquée à la préparation de l'acide sulfurique, et en particulier à celle de l'oxyde d'antimoine ; par* M. **Rousseau**. (Extrait par l'auteur.)

(Commission nommée pour le Mémoire de M. de Ruolz.)

« L'intérêt grave qui s'attache à l'heureuse application que M. de Ruolz vient de faire de l'oxyde d'antimoine pour remplacer le carbonate de plomb dans toutes ses applications industrielles, m'engage à venir aujourd'hui soumettre à l'Académie les résultats auxquels je suis parvenu dans la désulfuration des métaux, et particulièrement les détails du procédé que M. de Ruolz lui-même a signalé comme le complément de sa belle idée, et auquel il a donné la préférence comme moyen de la rendre pratique.

» Jusqu'ici le seul moyen que la métallurgie ait employé pour séparer le soufre des divers métaux consiste en un grillage plus ou moins prolongé; mais, de quelque manière que l'opération soit exécutée, la séparation de ces éléments n'est jamais complète.

» Il est encore un autre mode de désulfuration par lequel on oxygène

tout à la fois le soufre et le métal pour convertir le sulfure en sulfate. Tous les chimistes savent, en effet, qu'il suffit d'exposer des minerais sulfurés réunis en tas à l'action de l'air atmosphérique pour que, peu à peu, une combustion lente des éléments s'opère et donne au soufre et au métal tout l'oxygène qui leur est nécessaire pour produire un sulfate. La perte de temps et tous les inconvénients que cette méthode entraîne la font proscrire justement des opérations métallurgiques. Toutefois, par l'observation de ce fait simple et naturel, en réfléchissant que si l'on réunit à l'emploi d'une température convenablement dirigée les conditions normales sous l'influence desquelles une action chimique ne s'opère que lentement dans la nature, on peut atteindre le même but en peu d'instants, j'ai été conduit à examiner quelle serait l'action exercée sur les divers sulfures par l'air et l'eau *réunis*, à une température plus ou moins élevée. Voici les résultats que j'ai obtenus, non-seulement dans des essais de laboratoire, mais sur des masses de plusieurs milliers de kilogrammes :

» Tout le soufre est converti en acide sulfureux, et le métal reste à l'état d'oxyde *entièrement désulfuré*, avec cette particularité remarquable, pour les sulfures de fer et de cuivre, que les fragments, tout en conservant leur forme première, augmentent beaucoup de volume : ils sont fouillés, pour ainsi dire, moléculairement ; aussi s'écrasent-ils sous la moindre pression. Si l'on veut recueillir et faire servir le gaz sulfureux à la fabrication de l'acide sulfurique, il suffit d'établir une communication de l'appareil à combustion du minerai avec les chambres de plomb : alors par le tirage des cheminées, qu'il est facile de régler, on établit une ventilation convenable.

» D'après ces résultats, on peut donc utiliser comme minerai de soufre ou comme oxydes, d'une part, les pyrites, si abondantes dans certains terrains, et d'ailleurs, ce qui est d'un bien plus haut prix, les minerais pauvres de métal, mais riches de soufre, comme certains sulfures de cuivre dont le grillage trop difficile empêche l'exploitation.

» Ce qui précède suffit pour expliquer la préférence que M. de Ruolz a donnée à ce mode de préparation pour obtenir l'oxyde d'antimoine en employant simplement le sulfure brut. En effet, l'oxyde d'antimoine obtenu par ce procédé est du plus beau blanc et réduit en une poudre impalpable : aussi peut-il être immédiatement employé en peinture, sans avoir besoin de subir ni pulvérisation ni broyage. Cette substance, produite ainsi sous l'influence de la vapeur d'eau, est réduite naturellement à un degré de ténuité qu'il est impossible d'obtenir par tout autre moyen.

» Enfin, et c'est ce qui importe le plus, ce mode de préparation éloignerait la majeure partie des chances d'insalubrité, si les émanations de l'oxyde d'antimoine devaient en avoir; supposition que repousse, d'ailleurs, une expérience déjà longue et bien constatée. »

CHIMIE. — *Recherches sur les produits dérivés de l'éther acétique par l'action du chlore, et en particulier sur l'éther acétique perchloruré; par* M. Félix Leblanc. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Dumas, Pelouze, Regnault.)

« L'origine des recherches qui font l'objet de ce Mémoire remonte à l'époque où l'attention des chimistes fut si puissamment fixée par les travaux de M. Dumas sur l'acide chloracétique, et par ceux de M. Regnault relatifs à l'action du chlore sur les éthers. L'existence de l'acide chloracétique et celle d'un composé chloruré et privé d'hydrogène correspondant à l'éther ordinaire, devaient naturellement conduire à rechercher si l'action du chlore sur les éthers à oxacides, et en particulier sur l'éther acétique, était capable de s'étendre, sous de nouvelles influences, au delà des limites observées par M. Malaguti dans son beau travail sur les éthers composés. Au point de vue de la théorie, un intérêt véritable s'attachait à pouvoir dériver de l'éther acétique un produit final de chloruration dans lequel la totalité de l'hydrogène eût été enlevée et remplacée par une proportion équivalente de chlore. En effet, on pouvait dans ce cas espérer de reconnaître les liaisons qui auraient rattaché ce composé à la constitution de l'éther acétique, et en outre ses rapports avec l'acide chloracétique ($C^4Cl^6O^3$, H^2O), et l'éther perchloruré $C^4Cl^{10}O$.

» En envisageant les éthers composés comme formés d'éther ordinaire combiné à un acide, on trouve dans les faits constatés par M. Malaguti des arguments favorables à l'opinion que le chlore à l'ombre agit sur la base de l'éther composé, et non sur l'acide. Il y avait intérêt dès lors à obtenir des produits successifs de substitutions du chlore à l'hydrogène, et de chercher à reconnaître, par les réactions, comment le partage du chlore fixé s'effectuait entre les éléments de l'éther et ceux de l'acide.

» M. Dumas voulut bien m'encourager alors à entreprendre dans son laboratoire quelques recherches en partant de ce point de vue.

» Durant le cours de ces recherches, parut le beau Mémoire de M. Malaguti sur l'éther chloroxalique. Devant ce travail si riche en faits importants, l'intérêt des nouveaux résultats obtenus sur l'éther acétique, s'affaiblit beau-

coup. Quoi qu'il en soit, je me décide à livrer maintenant à l'appréciation des chimistes les résultats de mon travail, sans vouloir leur attribuer, à beaucoup près, une valeur proportionnée à la peine qu'ils m'ont coûtée.

» Je décris avec soin, dans ce Mémoire, les diverses phases de l'action du chlore sur l'éther acétique et les précautions observées pour obtenir un produit final de composition constante. Je me bornerai à exposer dans cet extrait le mode de préparation et les principaux caractères de l'éther acétique perchloruré $C^8Cl^{16}O^4$.

» Cette substance est le produit final de l'action du chlore sur l'éther acétique bichloruré de Malaguti. Pour l'obtenir, il est nécessaire de recourir à la double influence d'une forte insolation et d'une température de 110 degrés environ.

» Le produit obtenu, purifié avec les soins rapportés dans mon Mémoire, se présente sous la forme d'un liquide oléagineux insoluble dans l'eau, d'une densité de 1,79 à 25 degrés; il ne se solidifie pas à une température inférieure à zéro; son odeur forte et pénétrante rappelle celle du chloral; sa saveur est brûlante. L'acide sulfurique concentré ne le dissout pas et ne lui communique aucune coloration; il bout et distille vers 245 degrés.

» Sous l'influence de l'eau et de l'humidité, l'éther acétique perchloruré ne tarde pas à se décomposer; il se transforme peu à peu en acide chloracétique et acide chlorhydrique. Cette réaction est instantanée sous l'influence d'une solution concentrée de potasse caustique : il se fait du chloracétate de potasse et du chlorure de potassium. Sous l'influence du chlore, au soleil, l'éther acétique perchloruré a une grande tendance à se convertir en sesquichlorure de carbone, C^4Cl^{12}. Cette circonstance rend difficile la purification de l'éther acétique perchloruré.

» L'analyse de l'éther acétique perchloruré, préparé comme on l'a dit, a fourni les nombres suivants :

	I.	II.	III.	Calculé.
Carbone......	13,2	13,3	13,48	13,40
Hydrogène...	0,16	0,2	0,03	0,00
Chlore......	»	77,1	77,57	77,70
Oxygène.....	»	9,4	8,92	8,90
		100,0	100,00	100,00

Ces nombres s'accordent tout à fait avec la formule $C^8Cl^{16}O^4$, qui représente celle de l'éther acétique ayant échangé la totalité de son hydrogène contre une proportion équivalente de chlore.

» L'éther chloracétique de M. Dumas, soumis à l'action du chlore en faisant intervenir l'action des rayons solaires vers la fin, fournit un produit identique, par ses propriétés et par sa composition, avec l'éther acétique perchloruré précédent. Préparé par cette méthode, il est même d'une purification plus facile.

» A la suite de l'exposé des recherches consignées dans mon Mémoire, j'essaye de résumer les principaux faits, et de les soumettre à la discussion dans les termes suivants :

» On voit qu'en partant de l'éther acétique chloruré de Malaguti ($C^8 H^{12} Cl^4 O^4$), les analyses des produits successifs obtenus sous l'influence du chlore indiquent les composés suivants :

I. $C^8 H^{10} Cl^6 O^4$. II. $C^8 H^8 Cl^8 O^4$. III. $C^8 H^6 Cl^{10} O^4$. IV. $C^8 H^4 Cl^{12} O^4$. V. $C^8 H^2 Cl^{14} O^4$.
VI. $C^8 Cl^{16} O^4$.

» L'hydrogène est successivement éliminé et remplacé par une quantité proportionnelle de chlore, et en continuant l'action, on parvient à un produit final, privé d'hydrogène, qui est l'éther acétique perchloruré. Dans tous ces produits, la densité augmente à mesure que le chlore se fixe ; mais cette augmentation ne présente pas assez de régularité pour essayer d'en faire ressortir une loi simple pour les volumes spécifiques. La densité de l'éther acétique perchloruré est très-forte, son point d'ébullition très-élevé. Ce produit et le précédent $C^8 H^2 Cl^{14} O^4$ sont les seuls que l'on puisse reproduire avec certitude dans des circonstances connues et qui offrent par conséquent le caractère de composés bien définis.

» Le produit $C^8 H^2 Cl^{14} O^4$ s'obtient par l'action finale du chlore sur l'éther chloracétique à l'ombre; il est liquide. Nous avons vu qu'une autre substance, offrant la même composition, mais affectant l'état solide, pouvait être dérivée de l'éther acétique par l'action du chlore; mais nous n'insisterons pas sur ce produit, puisqu'il n'a pu être reproduit à volonté.

» L'éther acétique perchloruré nous offre un produit complétement privé d'hydrogène et qui possède des caractères identiques, soit qu'on le dérive de l'éther acétique ou de l'éther chloracétique. Nous avons vu que, sous l'influence de l'eau ou des alcalis, il se transformait complétement en acide chloracétique.

» Cette réaction offre quelque intérêt dans l'hypothèse de la conservation du type de l'éther acétique. Sous l'influence de l'hydrate de baryte et de la chaleur, nous savons que l'éther acétique se convertit tout entier en acide

acétique,

$$C^8 H^{16} O^4 + H^4 O^2 + 2 Aq = 2 (C^4 H^6 O^3, H^2 O).$$

» L'éther acétique bichloruré de Malaguti, sous l'influence de l'eau et des alcalis, se convertit tout entier en acide acétique,

$$C^8 H^{12} Ch^4 O^4 + H^4 O^2 + 2H^2 O = 2 (C^4 H^6 O^3, H^2 O) + H^4 Cl^4.$$

» L'éther acétique perchloruré se convertit tout entier, sous l'influence de l'eau, en acide chloracétique,

$$C^8 Cl^{16} O^4 + H^4 O^2 + 2H^2 O = 2 (C^4 Cl^6 O^3, H^2 O) + H^4 Cl^4.$$

» A moins de nier que l'acide acétique et l'acide chloracétique soient des corps qui se correspondent chimiquement, il faut reconnaître que les réactions de l'éther acétique et celles de ses dérivés par l'action du chlore établissent la plus grande analogie entre les trois modes de décomposition que nous venons de rapprocher, et militent en faveur de l'opinion de la conservation du type de l'éther acétique. Dans les équations chimiques qui précèdent, je n'ai fait figurer que les formules brutes; mais, quelle que soit la formule rationnelle qu'on adopte pour l'éther acétique, il paraîtra naturel de l'appliquer également à l'éther acétique perchloruré. Ainsi nous pourrions écrire

$C^4 H^6 O^3, C^4 H^{10} O$ éther acétique,
$C^4 Cl^6 O^3, C^4 Cl^{10} O$ éther acétique perchloruré.

» Dans ce cas, on admettra que l'acide acétique et l'acide chloracétique préexistent dans leurs combinaisons, et que l'eau agit seulement sur la base de l'éther composé. Cette hypothèse, en ce qui concerne l'éther acétique, s'accorde bien avec l'action exercée par les alcalis sur l'éther libre.

» Il y aurait donc un intérêt, bien senti au surplus par les chimistes, de pouvoir soumettre l'éther perchloruré de M. Regnault à quelques réactions pour s'assurer s'il y a ou non analogie entre les produits de décomposition de ce corps et ceux de l'éther ordinaire.

» On sera peut-être surpris de voir que l'éther acétique perchloruré n'est pas susceptible d'affecter l'état solide, tandis que l'acide chloracétique et l'éther perchloré sont solides. De plus, l'éther chloroxalique de M. Malaguti $C^2 O^3, C^4 Cl^{10} O$ et l'éther carbonique perchloré $C O^2, C^4 Cl^{10} O$ de M. Cahours sont, comme on sait, solides à la température ordinaire.

» En cherchant à rapprocher ces trois éthers chlorurés, on ne trouve pas de réaction caractéristique qui puisse établir entre eux une espèce de liaison.

Ainsi, l'on n'observe rien de comparable à l'action que la potasse exerce sur tous les éthers à oxacides, en régénérant l'acide et l'acool.

» Lorsqu'on se reporte aux produits de décomposition de l'éther chloroxalique de M. Malaguti, on voit que la potasse, sous l'influence de l'eau, exerce sur cette substance une action spéciale,

$$C^2 O^3, C^4 Cl^{10} O + H^6 O^3 = C^2 O^3, C^4 Cl^4 O^4 + H^6 Cl^6.$$

» L'éther chloroxalique perd donc 6 atomes de chlore, lesquels sont remplacés par 3 atomes d'oxygène pour constituer un nouvel acide.

» L'éther carbonique perchloruré de M. Cahours paraît éprouver un mode différent de décomposition.

» Faut-il, d'après cela, envisager chaque éther dit composé, non plus comme une combinaison de base et d'acide, mais comme une molécule simple dans laquelle il n'y aurait pas lieu d'admettre la préexistence de l'éther? Cette molécule, sous l'influence du chlore, éprouverait des substitutions sans changer de type, ainsi que le démontre l'analogie des réactions, d'une part, entre l'éther acétique et ses dérivés par le chlore, d'autre part, entre l'éther oxalique et son dérivé, l'éther chloroxalique. On serait tenté de l'admettre et quelques arguments pourraient appuyer cette opinion ; mais de nouvelles et plus décisives expériences sont nécessaires pour éclairer ce point important. Je me borne à poser ici cette question, qui n'est peut-être pas susceptible d'une solution rigoureuse dans l'état actuel de la science. Dans ce travail, ma tâche se sera bornée à ajouter quelques nouveaux faits à l'histoire de l'éther acétique; ces faits, si je ne m'abuse, s'accordent avec les vues introduites dans la science par M. Dumas, et avec les belles analogies signalées par M. Malaguti.

» Quant à la production du sesquichlorure de carbone, $C^4 Cl^{12}$, aux dépens de l'éther acétique perchloruré sous l'influence du chlore, il me semble qu'elle doit être envisagée comme le résultat d'une destruction, plutôt que comme une substitution véritable. Le sesquichlorure de carbone se forme, en effet, dans une multitude de circonstances. La liqueur des Hollandais, l'éther chlorhydrique, l'éther, l'acide valérianique, etc., peuvent également en fournir sous l'influence prolongée du chlore. La stabilité de ce produit est d'ailleurs telle, qu'il est plutôt assimilable aux composés de la chimie minérale qu'aux molécules organiques.

Conclusions.

» Les principaux faits rapportés dans ce travail conduisent aux conclusions suivantes :

» 1°. L'action du chlore sur l'éther acétique chloruré de Malaguti continue sous l'influence de la lumière directe et produit successivement différents composés qui se représentent tous par de l'éther acétique ayant perdu de l'hydrogène et fixé une quantité proportionnelle de chlore;

» 2°. Le produit final de l'action du chlore sur l'éther acétique est l'éther acétique perchloruré, $C^8 Cl^{16} O^4$: ce produit peut être obtenu également par l'action du chlore sur l'éther chloracétique;

» 3°. L'éther acétique perchloruré sous l'influence de l'eau ou des alcalis hydratés se transforme en acide chloracétique et acide chlorhydrique;

» 4°. L'éther acétique perchloruré sous l'influence du chlore peut perdre son oxygène et se transforme alors en sesquichlorure de carbone. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE. — *Mémoire sur la torsion des prismes à base rectangle et à base losange, et sur une petite correction numérique à faire subir, en général, aux moments de torsion; par* M. DE SAINT-VENANT.

(Commission précédemment nommée.)

§ I. — *Exposition.*

« 1. Ce Mémoire a pour objet:

» 1°. De montrer à quoi tient la différence entre l'expression du moment de résistance à la torsion obtenu par M. Cauchy pour un prisme à base rectangle, et celle que fournissait la théorie ancienne : on verra qu'elle tient à ce que les sections primitivement planes deviennent gauches par la torsion, lorsque les dimensions transversales sont inégales, et de ce que l'ancienne théorie supposait qu'elles restaient planes, d'où il résultait pour la résistance une valeur plus forte que sa valeur réelle;

» 2°. De montrer qu'il faut faire subir une petite correction numérique aux expressions des moments de torsion en général, à cause du décroissement rapide, auprès du contour, des composantes de pression qui doivent s'y annuler;

» 3°. D'étendre l'analyse de M. Cauchy au cas où la section du prisme est un losange. L'expression du moment de torsion est la même, en fonction des deux *moments d'inertie* principaux de la section, que lorsque la base est rectangle : comme la même analyse ne paraît pas s'appliquer exactement et sans difficulté à des sections polygonales, curvilignes, etc. (si ce n'est à une section

circulaire qui donne aussi le même résultat), je conclus que, pour la pratique, et en attendant une solution générale tout à fait exempte d'hypothèses, ce qu'il y a de mieux à faire est d'adopter, pour presque toutes les sections, les mêmes expressions du moment de torsion et du *gauchissement* que pour le rectangle et le losange, qui forment, à quelques égards, deux cas extrêmes et dont l'un, soumis à l'expérience par M. Savart, a donné, comme l'on sait, des résultats conformes à la théorie;

» 4°. De démontrer quelques autres résultats de mécanique moléculaire que j'invoque, comme ceux que je viens d'énoncer, dans mon Mémoire, inséré dans le *Compte rendu* du 30 octobre, *sur la résistance et la flexion des pièces solides*.

» Je crois que l'on me saura gré, auparavant, d'exposer aussi simplement que possible l'analyse de M. Cauchy relative au rectangle; cela dispensera le lecteur d'étudier, pour cette question, une grande partie des années 1828 et 1829 des *Exercices de Mathématiques*.

§ II. — *Rappel des formules de la mécanique moléculaire. Expression générale du moment de torsion.*

» 2. Soient, pour un point quelconque m d'un corps dont les coordonnées primitives sont x, y, z,

» ξ, η, ζ les déplacements éprouvés dans la direction des trois coordonnées;

» p_{xx}, p_{xy}, p_{xz} les composantes, parallèlement aux x, aux y, aux z, de la pression intérieure supportée par l'unité superficielle d'une petite face plane perpendiculaire aux x, en vertu des forces développées par les déplacements des points du corps;

» p_{yy}, p_{yz}, p_{zz} les composantes de pressions sur des faces perpendiculaires aux y et aux z, la première sous-lettre désignant toujours la face, et la seconde le sens de la décomposition.

» (On a, comme l'on sait, $p_{yz} = p_{zy}$, $p_{xz} = p_{zx}$, $p_{xy} = p_{yx}$.)

» ρ la densité, et X, Y, Z les forces accélératrices agissant sur l'unité de la masse du corps.

» Soient, en un point de la surface extérieure du corps,

» ϖ la pression extérieure s'exerçant sur l'unité superficielle;

» $C_{\varpi x}$, $C_{\varpi y}$, $C_{\varpi z}$ les cosinus des angles de cette pression avec les x, les y, les z;

» C_{nx}, C_{ny}, C_{nz} les cosinus des angles formés par la normale à la surface extérieure au même point.

» Soient enfin a_{xx}, a_{xy}, etc., six coefficients constants exprimant l'élasticité du corps en divers sens; on suppose qu'il ait des *axes d'élasticité* parallèles aux x, y, z.

» On a, comme l'on sait,

$$(1)\quad \begin{cases} p_{xx}=3a_{xx}\dfrac{d\xi}{dx}+a_{xy}\dfrac{d\eta}{dy}+a_{xz}\dfrac{d\zeta}{dz}, \quad p_{yy}=a_{xy}\dfrac{d\xi}{dx}+3a_{yy}\dfrac{d\eta}{dy}+a_{yz}\dfrac{d\zeta}{dz}, \\ p_{zz}=a_{xz}\dfrac{d\xi}{dx}+a_{zy}\dfrac{d\eta}{dy}+3a_{zz}\dfrac{d\zeta}{dz}, \end{cases}$$

$$(2)\quad p_{yz}=a_{yz}\left(\frac{d\eta}{dz}+\frac{d\zeta}{dy}\right), \quad p_{zx}=a_{zx}\left(\frac{d\zeta}{dx}+\frac{d\xi}{dz}\right), \quad p_{xy}=a_{xy}\left(\frac{d\xi}{dy}+\frac{d\eta}{dx}\right).$$

» Les équations différentielles indéfinies, à satisfaire pour tous les points du corps, sont

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{dp_{xx}}{dx}+\dfrac{dp_{xy}}{dy}+\dfrac{dp_{xz}}{dz}=-\rho X, \quad \dfrac{dp_{xy}}{dx}+\dfrac{dp_{yy}}{dy}+\dfrac{dp_{yz}}{dz}=-\rho Y, \\ \dfrac{dp_{zx}}{dx}+\dfrac{dp_{yz}}{dy}+\dfrac{dp_{zz}}{dz}=-\rho Z. \end{cases}$$

» Les équations définies, à satisfaire pour les points de la surface, sont

$$(4)\quad \begin{cases} p_{xx}C_{nx}+p_{xy}C_{ny}+p_{xz}C_{nz}=\varpi C_{\varpi x}, \quad p_{xy}C_{nx}+p_{yy}C_{ny}+p_{yz}C_{nz}=\varpi C_{\varpi y}, \\ p_{xx}C_{nx}+p_{yz}C_{ny}+p_{zz}C_{nz}=\varpi C_{\varpi z}. \end{cases}$$

» **3.** Les coefficients différentiels du second membre des expressions (1) ne sont autre chose que les *dilatations* en divers sens. Les binômes différentiels du second membre des expressions (2) sont ce que j'ai appelé les *glissements* estimés en divers sens (*Comptes rendus* des 30 octobre et 6 novembre, n°s 2 et suivants). L'un des deux termes représente le déplacement angulaire d'une petite face, et l'autre celui de la droite matérielle qui lui était primitivement perpendiculaire.

» Si l'élasticité est la même autour de l'axe des x supposé celui d'une pièce solide, on a

$$a_{xz}=a_{xy}, \quad a_{yy}=a_{zz}=a_{yz},$$

et toutes les quantités a sont égales si l'élasticité est la même dans tous les sens; alors les équations (1) donnent

$$p_{xx}=\frac{5}{2}a\frac{d\xi}{dx}+\frac{p_{yy}+p_{zz}}{4},$$

et, si p_{yy}, p_{zz} sont nuls,

$$\frac{d\eta}{dy} = \frac{d\zeta}{dz} = -\frac{1}{4}\frac{d\xi}{dx},$$

ce qui n'est autre chose que les expressions invoquées nos 3 et 5 du Mémoire du 30 octobre, car a est ce que nous avons appelé G, $\frac{5}{2}a$ ce que nous avons appelé E, p_{yy}, p_{zz} sont ce qui avait été nommé $-\pi_u$, $-\pi_v$.

» 4. Supposons que le corps soit un prisme. Soient

» ω sa section, à la distance x de l'origine des coordonnées;

» $d\omega$ l'élément, au point m, dont les coordonnées transversales sont y, z. On suppose ces coordonnées parallèles aux axes principaux de la section (en sorte qu'elles ont les mêmes significations que u, v aux Mémoires précités).

» M_t le moment de torsion, ou le moment autour de l'axe du prisme (axe des x) des pressions aux divers points de la section ω.

» On aura

$$(5) \qquad M_t = \int_0^\omega (p_{xz}y - p_{xy}z)\, d\omega.$$

» 5. La méthode générale employée par MM. Poisson et Cauchy pour éviter une intégration impossible dans l'état actuel des connaissances, est, dans le cas d'une *pièce* solide dont les dimensions transversales sont, en général, petites par rapport aux autres données, de supposer que les pressions p et les déplacements ξ, η, ζ sont développables en séries convergentes ordonnées suivant les puissances entières et positives des coordonnées que nous avons représentées par y, z, et de négliger, à diverses époques du calcul, les termes d'ordre supérieur devant ceux d'ordre inférieur.

» Désignons par p^0, $\frac{dp^0}{dy}$, $\frac{d^2p^0}{dy\,dz}$, ..., ξ^0, $\frac{d\xi^0}{dy}$, ..., les valeurs des pressions et déplacements, et de leurs coefficients différentiels, au centre de la section où l'on a $y = 0$, $z = 0$; nous aurons

$$(6)\left\{\begin{aligned} p = p^0 &+ \frac{dp^0}{dy}y + \frac{dp^0}{dz}z + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2p^0}{dy^2}y^2 + \frac{d^2p^0}{dydz}yz + \frac{d^2p^0}{dz^2}z^2\right) \\ &+ \frac{1}{2.3}\left(\frac{d^3p^0}{dy^3}y^3 + 3\frac{d^3p^0}{dy^2dz}y^2z + 3\frac{d^3p^0}{dydz^2}yz^2 + \frac{d^3p^0}{dz^3}z^3\right) + \text{etc.}\end{aligned}\right.$$

(7) Et ξ, η, ζ, ainsi que X, Y, Z = des développements semblables.

» **6**. Si l'on substitue ces développements dans les équations (1), (2), (3), et si l'on assimile, dans les deux membres, les coefficients des mêmes puissances ou produits de y et z, on verra que l'on peut, dans ces trois équations, remplacer à volonté les quantités qui y entrent par ces mêmes quantités, ou leurs coefficients différentiels d'ordre quelconque, affectées de l'indice o.

» **7**. Et, si on les substitue dans l'expression du moment de torsion, en supposant la section symétrique, ou telle que $\int y^3 d\omega = 0$, $\int yz^2 d\omega = 0$, $\int y^2 z d\omega = 0$ $\int z^3 d\omega = 0$, on aura

$$(8) \qquad M_l = \frac{dp^0_{xz}}{dy}\int y^2 d\omega - \frac{dp^0_{xy}}{dz}\int z^2 d\omega + \frac{1}{2}\left(\frac{d^3 p^0_{xz}}{dy dz^2} - \frac{d^3 p^0_{xy}}{dy^2 dz}\right)\int y^2 z^2 d\omega + \text{etc.}$$

§ III. — *Cas d'un prisme à base rectangle.*

» **8**. Soient $2h$, $2i$ les deux côtés de la base, parallèlement aux y et aux z;

» $\mu = \int z^2 d\omega = \frac{2}{3} h i^3$, $\mu' = \int y^2 d\omega = \frac{2}{3} h^3 i$ les moments d'inertie de la section autour des axes des y et des z;

» G la valeur des quantités a_{xx}, a_{xy}, etc., quand elles sont toutes égales;

» θ la torsion, ou l'angle dont les sections ont tourné l'une devant l'autre, pour une distance égale à l'unité.

» Supposons les pressions extérieures nulles, les équations définies (4) deviendront

$$(9) \quad p_{yy} = 0, \quad p_{xy} = 0, \quad p_{yz} = 0 \quad \text{pour} \quad y = \pm h, \quad \text{quel que soit } z,$$

$$(10) \quad p_{zz} = 0, \quad p_{xz} = 0, \quad p_{yz} = 0 \quad \text{pour} \quad z = \pm i, \quad \text{quel que soit } y.$$

» Si l'on substitue, dans les premières, le développement (6), on aura une suite de relations telles que

$$p^0 + \frac{dp^0}{dy} h + \frac{1}{2}\frac{d^2 p^0}{dy^2} h^2 + \ldots = 0, \quad \frac{dp^0}{dz} + \frac{2}{2}\frac{d^2 p^0}{dy\,dz} + \frac{3}{2.3}\frac{d^3 p^0}{dy^2 dz} h^2 + \ldots = 0, \text{ etc.};$$

$$p^0 - \frac{dp^0}{dy} h + \frac{1}{2}\frac{d^2 p^0}{dy^2} h^2 - \ldots = 0, \quad \frac{dp^0}{dz} - \frac{2}{2}\frac{d^2 p^0}{dy\,dz} + \frac{3}{2.3}\frac{d^3 p^0}{dy^2 dz} h^2 + \ldots = 0, \text{ etc.}$$

» L'addition et la soustraction successive de ces relations les remplacera par celles-ci, qui sont plus simples:

$$(11)\left\{\text{Pour}\ \begin{matrix}p_{xy}\\ p_{yz}\\ p_{yy}\end{matrix}\left\{\begin{aligned}&p^0+\frac{d^2p^0}{dy^2}\frac{h^2}{2}+\ldots=0,\quad \frac{dp^0}{dz}+\frac{d^3p^0}{dy^2dz}\frac{h^2}{2}+\ldots=0,\\ &\frac{d^2p^0}{dz^2}+\frac{d^4p^0}{dy^2dz^2}\frac{h^2}{2}+\ldots=0,\ \text{etc.},\\ &\frac{dp^0}{dy}+\frac{d^3p^0}{dy^3}\frac{h^2}{6}+\ldots=0,\quad \frac{d^2p^0}{dydz}+\frac{d^4p^0}{dy^3dz}+\ldots=0,\ \text{etc.}\end{aligned}\right.\right.$$

» Les équations (10) donneront de même

$$(12)\left\{\text{Pour}\ \begin{matrix}p_{xz}\\ p_{yz}\\ p_{zz}\end{matrix}\left\{\begin{aligned}&p^0+\frac{d^2p^0}{dz^2}\frac{i^2}{2}+\ldots=0,\quad \frac{dp^0}{dy}+\frac{d^2p^0}{dydz^2}\frac{i^2}{2}+\ldots=0,\\ &\frac{d^2p^0}{dy^2}+\frac{d^4p^0}{dy^2dz^2}\frac{i^2}{2}+\ldots=0,\ \text{etc.},\\ &\frac{dp^0}{dz}+\frac{d^3p^0}{dz^3}\frac{i^2}{6}+\ldots=0,\quad \frac{d^2p^0}{dydz}+\frac{d^4p^0}{dy^3dz}\frac{i^2}{6}+\ldots=0,\ \text{etc.}\end{aligned}\right.\right.$$

» **9.** On remarque que p_{yz} appartient aux relations (12) comme aux relations (11); on peut donc tirer p_{yz}^0 de la première de chacune d'elles, puis y mettre, pour les coefficients différentiels du deuxième ordre, leurs valeurs tirées de la troisième relation de l'autre série; on aura ainsi

$$p_{yz}^0=-\frac{d^2p_{yz}^0}{dy^2}\frac{h^2}{2}+\ldots=-\frac{d^2p^0}{dz^2}\frac{i^2}{2}+\ldots=\frac{h^2i^2}{4}\frac{d^4p_{yz}^0}{dy^2dz^2}+\text{etc.},$$

d'où il suit que p_{yz}^0 n'a qu'une valeur qui dépend de termes du quatrième ordre, et peut être supposé nul. Il en résulte, d'après la première équation (2), et ce que nous avons dit (6),

$$(13)\qquad \frac{d\eta^0}{dz}+\frac{d\zeta^0}{dy}=0,$$

c'est-à-dire que le glissement sur une section longitudinale du prisme a une composante transversale nulle.

» Cette équation (13) exprime aussi que deux droites primitivement parallèles aux y et aux z, tracées sur la section ω et se coupant au centre de cette section, sont restées perpendiculaires entre elles après le déplacement des points du corps; mais chacun des termes dont son premier membre se compose représente la grandeur angulaire de la rotation effectuée par ces deux droites autour de l'axe du prisme. On a donc, pour la torsion,

$$(14)\qquad \theta=\frac{d}{dx}\frac{d\zeta^0}{dy}=-\frac{d}{dx}\frac{d\eta^0}{dz}.$$

En sorte que les équations (2) donnent, d'après ce qu'on a observé (n° **6**),

$$(15)\qquad \frac{dp^0_{xz}}{dy} = a_{xz}\left(\theta + \frac{d^2\xi^0}{dy\,dz}\right),\quad \frac{dp^0_{xy}}{dz} = a_{xy}\left(-\theta + \frac{d^2\xi^0}{dy\,dz}\right);$$

d'où, en éliminant $\frac{d^2\xi^0}{dy\,dz}$,

$$(16)\qquad \frac{1}{a_{xz}}\frac{dp^0_{xz}}{dy} - \frac{1}{a_{xy}}\frac{dp^0_{xy}}{dz} = 2\theta.$$

» **10.** Il s'agit d'avoir une autre relation entre $\frac{dp^0_{xz}}{dy}$, $\frac{dp^0_{xy}}{dz}$, qui entrent dans l'expression (8) du moment de torsion, afin de pouvoir y substituer leur valeur en fonction de la torsion θ.

» Servons-nous, pour cela, de la première équation indéfinie (3), savoir

$$\frac{dp_{xx}}{dx} + \frac{dp_{xy}}{dy} + \frac{dp_{xz}}{dz} = -\rho X.$$

Elle donne, d'après ce que nous avons vu (n° **6**),

$$(17)\qquad \frac{d^3p^0_{xx}}{dx\,dy\,dz} + \frac{d^3p^0_{xy}}{dy^2dz} + \frac{d^3p^0_{xz}}{dy\,dz^2} = -\rho\frac{d^2X^0}{dy\,dz}.$$

Mais les relations (11), (12), qui viennent des équations définies, donnent

$$(18)\qquad \frac{dp^0_{xz}}{dy} = -\frac{d^3p^0_{xz}}{dy\,d^2z}\frac{i^2}{2} + \ldots,\quad \frac{dp^0_{xy}}{dz} = -\frac{d^3p^0_{xy}}{dy^2\,dz}\frac{h^2}{2} + \ldots;$$

d'où

$$(19)\quad h^2\frac{dp^0_{xz}}{dy} + i^2\frac{dp^0_{xy}}{dz} = -\frac{h^2i^2}{2}\left(\frac{d^3p^0_{xz}}{dy\,d^2z} + \frac{d^3p^0_{xy}}{dy^2\,dz}\right) + \text{termes du sixième ordre.}$$

Les termes entre parenthèses du deuxième membre, considérés un à un, ne sauraient être supprimés, quoique affectés du produit du quatrième ordre h^2i^2, car les équations (18) prouvent qu'ils sont, ainsi multipliés, du même ordre de grandeur que ceux du premier membre affectés des simples carrés de h et i. Mais l'équation précédente (17) prouve que leur somme peut être effacée; en effet, en la tirant de cette équation, et substituant dans celle (19), celle-ci devient

$$(20)\quad h^2\frac{dp^0_{xz}}{dy} + i^2\frac{dp^0_{xy}}{dz} = \frac{h^2i^2}{2}\left(\frac{d^3p^0_{xx}}{dx\,dy\,dz} + \rho\frac{d^2X^0}{dy\,dz}\right) + \text{termes du sixième ordre.}$$

Or, ce qui se trouve dans la parenthèse du second membre n'est plus d'un ordre de grandeur supérieur aux coefficients différentiels qui entrent dans le premier membre, car la traction ou pression longitudinale p^0_{xx}, suivant l'axe du prisme, ne varie jamais brusquement ou très-rapidement, dans aucun des trois sens des x, des y, des z, et l'on peut en dire autant de la composante de force accélératrice X_0. Il n'y a d'exception, tout au plus, en ce qui regarde la traction longitudinale, qu'en des points tout à fait particuliers, comme ceux où sont appliquées les forces isolées; or, ce qui se passe à ces points, ou tout auprès, n'étend pas sensiblement son influence sur le reste, et nous avons dit, au Mémoire du 30 octobre, que tout ce que l'on donne dans la théorie de la résistance des solides regarde seulement les points à une certaine distance de ceux-là.

» On peut donc supprimer le deuxième membre de l'équation précédente comme d'une grandeur négligeable, et l'on a, pour la relation cherchée,

$$(21) \qquad h^2 \frac{dp^0_{xz}}{dy} + i^2 \frac{dp^0_{xy}}{dz} = 0,$$

qui donne, avec (16),

$$(22) \qquad \frac{dp^0_{xz}}{dy} = \frac{2i^2}{\frac{h^2}{a_{xy}} + \frac{i^2}{a_{xz}}}\theta, \qquad \frac{dp^0_{xy}}{dz} = \frac{-2h^2}{\frac{h^2}{a_{xy}} + \frac{i^2}{a_{xz}}}\theta.$$

» **11.** On peut remplacer les rapports des carrés h^2, i^2 par celui des moments d'inertie μ', μ. Substituant dans l'expression générale (8) du moment de torsion, en n'y conservant que les deux premiers termes, on a

$$(23) \qquad M_t = \frac{4\mu\mu'}{\frac{\mu}{a_{xz}} + \frac{\mu'}{a_{xy}}}\theta,$$

ou, si $a_{xz} = a_{xy} = G$,

$$(24) \qquad M_t = G\frac{2\mu.2\mu'}{\mu + \mu'}\theta,$$

ou, encore,

$$(25) \qquad M_t = \frac{16}{3} G \frac{h^3 i^3}{h^2 + i^2}\theta.$$

» **12.** Voyons en quoi cette expression diffère de celle de la théorie an-

cienne : celle-ci donnait

$$M_l = G\theta(\mu + \mu'), \quad \frac{dp^0_{xz}}{dy} = G\theta, \quad \frac{dp^0_{xy}}{dz} = -G\theta.$$

Si l'on compare ces expressions à celles (15), on voit que la théorie ancienne supposait nul le coefficient différentiel $\frac{d^2\xi^0}{dy\,dz}$; et c'était à tort, car en mettant dans l'une des équations (15), à la place de $\frac{dp^0_{xz}}{dy}$ ou $\frac{dp^0_{xy}}{dz}$, sa valeur (22), on trouve

(26) $$\frac{d^2\xi^0}{dy\,dz} = \frac{\frac{\mu'}{a_{xy}} - \frac{\mu}{a_{xz}}}{\frac{\mu'}{a_{xy}} + \frac{\mu}{a_{xz}}}\theta;$$

d'où il suit que $\frac{d^2\xi^0}{dy\,dz}$ ne saurait être nul, à moins que la torsion θ ne soit nulle elle-même, ou que les deux moments d'inertie μ, μ' ne soient égaux (lorsque l'élasticité est la même dans les deux sens transversaux).

» Or, que représente cette quantité $\frac{d^2\xi^0}{dy\,dz}$, négligée par l'ancienne théorie?

» Pour le savoir, posons $\frac{d^2\xi}{dy\,dz} = \gamma$; nous en tirerons, en supposant ξ nul en même temps que y et z,

$$\xi = \gamma yz;$$

c'est l'équation d'une surface gauche dans le genre d'une double aile de moulin à vent : on voit, par les changements de signe dans les quatre angles droits formés par les axes y et z, que cette surface est composée de quatre parties symétriques, dont deux formant creux et les deux autres saillie sur le plan $\xi = 0$.

» Or, ξ est la petite quantité dont un point matériel d'une section s'est éloigné du plan primitif de cette section. Donc la section, de plane qu'elle était, est devenue gauche, et γ mesure le degré de son *gauchissement*, au moins quand on se borne aux points peu éloignés du centre de la section, ou quand on néglige les quantités du second ordre.

» L'ancienne théorie était donc inexacte, en ce qu'elle négligeait le gauchissement des sections; elle donnait des moments trop forts, car les éléments des sections, en s'inclinant par rapport à l'axe du prisme, ainsi qu'ils y sont sollicités, prennent moins d'inclinaison sur les lignes matérielles qui

leur étaient primitivement normales, que si ces éléments restaient tous dans le même plan.

§ IV. — *Correction numérique à faire au moment de torsion.*

» **13.** Cette correction vient de la prise en considération du terme du quatrième ordre de l'expression (8), que nous avons supprimé au n° **11.**

» Si l'on tire des relations (10) et (11) les valeurs des coefficients différentiels du troisième ordre $\frac{d^3 p^0_{xz}}{dy\,dz^2}$, $\frac{d^3 p^0_{xy}}{dy\,dz^2}$, en fonction de ceux d'ordre inférieur, on verra qu'il fallait prendre

$$(27)\quad \begin{cases} p_{xz} = \left(1 - \frac{z^2}{i^2}\right)\left(p^0_{xz} + \frac{dp^0_{xz}}{dy}y + \frac{dp^0_{xz}}{dz}z + \ldots\right), \\ p_{xy} = \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)\left(p^0_{xy} + \frac{dp^0_{xy}}{dy}y + \frac{dp^0_{xy}}{dz}z + \ldots\right). \end{cases}$$

D'où il résulterait qu'il faudrait multiplier par $\frac{2}{3}$ l'expression (23) du moment de torsion pour la rendre exacte.

» Mais la substitution indéfinie, aux coefficients différentiels d'ordre supérieur, de leurs valeurs en fonction de ceux d'ordre inférieur tirées de (10) et (11), conduirait à l'absurde; et comme les conditions de nullité de p_{xz}, p_{xy} pour $z = \pm i$, $y = \pm h$, sont aussi bien remplies en donnant $1 - \frac{z^{2n}}{i^{2n}}$, $1 - \frac{y^{2n}}{h^{2n}}$, pour facteur à (27), qu'en leur donnant $1 - \frac{z^2}{i^2}$, $1 - \frac{y^2}{h^2}$, et comme ces pressions ne décroissent peut-être sensiblement qu'à de très-petites distances du contour des sections, il est possible que la correction à faire soit beaucoup moindre que celle qui résulte du facteur $\frac{2}{3}$. On pense qu'il faut l'emprunter à l'expérience.

» Or les expériences connues prouvent qu'elle doit être faible. Celles de Savart semblent indiquer qu'il faut prendre 0,9 pour coefficient de correction du moment de torsion, et généralement de toutes les formules (Mémoires précités) où entre la constante G.

§ V. — *Cas d'un prisme à base losange.*

» **14.** Soient h, i les deux demi-diagonales du losange, parallèles aux y et aux z. Supposons toujours les pressions extérieures nulles; les équations

définies (4) donneront, sur les quatre côtés du losange,

$$(28)\quad \begin{cases} -hp_{xz}-ip_{xy}=0 \text{ pour } y=\quad h\left(1-\frac{z}{i}\right) \text{ quel que soit } z,\\ hp_{xz}+ip_{xy}=0 \text{ pour } y=-h\left(1+\frac{z}{i}\right) \text{ quel que soit } z,\\ hp_{xz}-ip_{xy}=0 \text{ pour } y=\quad h\left(1+\frac{z}{i}\right) \text{ quel que soit } z,\\ -hp_{xz}+ip_{xy}=0 \text{ pour } y=-h\left(1-\frac{z}{i}\right) \text{ quel que soit } z. \end{cases}$$

Substituant les développements (7) de p_{xz}, p_{xy}, ordonnant par rapport à z et égalant à zéro les coefficients des mêmes puissances de z, on aura une suite de relations que l'on réduira à d'autres plus simples en les ajoutant ensemble deux à deux ou en les soustrayant l'une de l'autre. En ordonnant par rapport à y, on aurait des équations qui n'en différeraient que par la forme.

» Parmi toutes ces équations on prendra celles-ci :

$$(29)\quad \begin{cases} \frac{dp^0_{xz}}{dy}+\frac{h^2}{6}\frac{d^3p^0_{xz}}{dy^3}+\ldots=0, \quad \frac{dp^0_{xy}}{dz}+\frac{i^2}{6}\frac{d^3p^0_{xz}}{dz^3}+\ldots=0,\\ -\frac{h^2}{i^2}\frac{dp^0_{xz}}{dy}+\frac{dp^0_{xy}}{dz}-\frac{3}{6}\frac{h^4}{i^2}\frac{d^3p^0_{xz}}{dy^3}+\frac{h^2}{2}\frac{d^3p^0_{xy}}{dy^2\,dz}+\ldots=0,\\ -\frac{h^4}{6i^4}\frac{d^3p^0_{xz}}{dy^3}+\frac{h^2}{2i^2}\frac{d^3p^0_{xy}}{dy^2\,dz}-\frac{h^2}{2i^2}\frac{d^3p^0_{xz}}{dy\,dz^2}+\frac{1}{6}\frac{d^3p^0_{xz}}{dz^3}+\ldots=0. \end{cases}$$

» Si l'on y joint l'équation (17), on pourra éliminer tout, excepté

$$\frac{dp^0_{xz}}{dy},\ \frac{dp^0_{xy}}{dz} \text{ et } \frac{d^3p^0_{xx}}{dx\,dy\,dz}+\rho\frac{d^2X_0}{dy\,dz};$$

cette dernière somme sera, comme dans l'équation (20), affectée de $h^2 i^2$; on la supprimera comme nous avons fait au n° **11**, ce qui donnera

$$3h^2\frac{d^0p_{xz}}{dy}+3i^2\frac{dp^0_{xy}}{dz}=0,$$

c'est-à-dire précisément la même relation (21) que nous avons trouvée pour le rectangle.

» Il en résulte que l'on a, pour un prisme à base losange, les mêmes expressions (24) et (26) du moment de torsion, et du gauchissement, que pour un prisme à base rectangle. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur l'intégration des équations différentielles linéaires au moyen des intégrales définies; par* M. WANTZEL. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Sturm, Liouville, Lamé.)

I.

« Le but de ce Mémoire est d'exposer une méthode féconde qui permet d'intégrer à l'aide d'intégrales définies un grand nombre d'équations linéaires. La variété des formes qu'affecte le résultat dans les exemples simples, comme ceux qui ont été déjà considérés, conduit à des transformations d'intégrales définies qu'il serait souvent difficile d'apercevoir autrement.

» Le principe de cette méthode se trouve dans le chapitre II de la *Théorie analytique des probabilités*. Laplace s'occupe spécialement des équations aux différences finies, et il ne fait aucune application aux équations différentielles. Son procédé est incomplet et restreint aux équations dont les coefficients sont des fonctions entières. Du reste, il ne paraît pas que cette méthode remarquable ait beaucoup attiré l'attention des géomètres; car les équations intégrées à l'aide des intégrales définies, soit dans le *Traité de la chaleur* de Poisson, soit dans le Cours de M. Duhamel, soit dans un travail récent de M. Serret (1), l'ont été d'une manière différente et beaucoup moins directe. Je dois dire cependant que M. Liouville en a fait usage pour intégrer une équation aux différentielles fractionnaires dans un de ses premiers Mémoires sur ce sujet (2).

» Les principales équations que je parviens à intégrer par la méthode de Laplace généralisée sont les équations linéaires du second ordre et du second degré (à l'exception de quelques cas), et les équations à deux termes de la forme

$$\frac{d^n y}{dx^n} = ax^m y, \quad \text{ou} \quad \frac{d^n y}{dx^n} = ae^{mx} y.$$

Dans ces exemples on trouve l'intégrale générale; quelquefois le procédé ne donne que des intégrales particulières.

II.

» Pour faire connaître l'esprit de la méthode et son utilité pratique, je

(1) *Comptes rendus*, t. XVII, p. 456.

(2) *Journal de l'École Polytechnique*, XXIe cahier.

prendrai l'équation

$$(A) \qquad (1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + n(n+1)y = 0,$$

traitée par M. Serret dans les *Comptes rendus* (1), à l'aide des différentielles fractionnaires, par le procédé de M. Liouville. Cherchons à exprimer y par l'intégrale $\int_a^b u\varphi d\alpha$, dans laquelle φ désigne une fonction inconnue de α, et u une fonction de α et de x, qui, dans le cas actuel, sera $\frac{1}{(\alpha + x)^m}$. La substitution dans l'équation (A) donne

$$\int_a^b \left[\frac{(1-\alpha^2)(m+1)m}{(\alpha+x)^{m+2}} + \frac{2\alpha m^2}{(\alpha+x)^{m+1}} + \frac{n(n+1) - m(m-1)}{(\alpha+x)^m}\right]\varphi d\alpha = 0,$$

et la quantité sous le signe d'intégration pourra s'exprimer au moyen de la fonction $v = \frac{1}{(\alpha + x)^{m+1}}$ et de sa dérivée par rapport à α, si l'on détermine m par la condition

$$n(n+1) - m(m-1) = 0.$$

L'équation prend alors la forme

$$\int_a^b \left[(\alpha^2 - 1)m.\frac{dv}{d\alpha} + 2\alpha m^2 v\right]\varphi d\alpha = 0,$$

ou bien, en intégrant par parties,

$$(\alpha^2 - 1)m\,\varphi v - \int_a^b v\left[\frac{d.(\alpha^2-1)m\varphi}{d\alpha} - 2\alpha m^2\varphi\right]d\alpha = 0.$$

On satisfera donc à l'équation (A) par une valeur de φ tirée de

$$\frac{d.(\alpha^2-1)m\varphi}{d\alpha} - 2\alpha\, m^2\varphi = 0,$$

si la portion intégrée $(\alpha^2 - 1)m\varphi v$ est nulle aux limites. On trouve ainsi

$$\varphi = C(\alpha^2 - 1)^{m-1},$$

(1) *Comptes rendus*, t. XVII, p. 473.

et, par suite,

$$y = \int_a^b \frac{(\alpha^2 - 1)^{m-1}}{(\alpha + x)^m} d\alpha.$$

D'ailleurs les valeurs de m, tirées de la condition

$$n(n+1) - m(m-1) = 0,$$

sont $m = n + 1$ et $m = -n$; si l'on adopte la première, on doit prendre pour limite $+1$ et -1, ce qui conduit à l'intégrale particulière

$$y = \mathrm{C} \int_{-1}^{+1} \frac{(1 - \alpha^2)^n}{(\alpha + x)^{n+1}} d\alpha.$$

» Avec la valeur négative $-n$, il faudrait prendre $+\infty$ et $-\infty$ pour limites; mais le facteur $(\alpha^2 - 1)^{m-1}$ deviendrait infini pour $\alpha = \pm 1$, sous le signe d'intégration, ce qui est inadmissible. Alors on change α en $\alpha\sqrt{-1}$ avant d'intégrer, et l'on trouve

$$y = \mathrm{C} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x + \alpha\sqrt{-1})^n}{(1 + \alpha^2)^{n+1}} d\alpha.$$

Cette seconde intégrale particulière est évidemment distincte de la première et elle se réduit à un polynôme quand n est entier. On peut facilement constater qu'elle est égale à $\frac{d^n.(1 - x^2)^n}{dx^n}$. La première intégrale se retrouve aussi quand on transforme, par les formules de M. Liouville, l'expression $\int^{n+1} \frac{dx^{n+1}}{(1 - x^2)^{n+1}}$ en intégrale définie.

III.

» Prenons, pour second exemple, l'équation

$$\frac{d^n y}{dx^n} = x^m y,$$

qui est la généralisation de celle de Riccati.

» Si l'on fait

$$u = e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{m+n}}, \quad \text{et} \quad v = (m+n)\, x^m \alpha^{-(m+1)} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{m+n}},$$

on trouve que

$$\frac{d^n u}{dx^n} = \pm \frac{d^{n-1} v}{d\alpha^{n-1}} \text{ (selon que } n \text{ est pair ou impair)},$$

comme on peut s'en assurer en développant par rapport à x. Il en résulte

$$\int_0^\infty \left(\frac{d^n u}{dx^n} - x^m u\right) \varphi\, d\alpha = \pm \int_0^\infty \left(\frac{d^{n-1} v}{d\alpha^{n-1}} \mp \frac{\alpha^{m+1} v}{m+n}\right) \varphi\, d\alpha;$$

d'ailleurs v et ses dérivées sont généralement nulles pour $\alpha = 0$ et $\alpha = \infty$: par conséquent, si le facteur φ rend intégrable le second membre de la relation précédente, on satisfera à l'équation proposée par l'intégrale $\int_0^\infty u\varphi\, d\alpha$. Or, le facteur φ doit être, dans tous les cas, une intégrale de l'équation

$$\frac{d^{n-1}\varphi}{d\alpha^{n-1}} + \frac{\alpha^{m+1}}{m+n}\varphi = 0.$$

Donc, *l'intégration de l'équation donnée est ramenée à celle d'une autre équation de même forme dont l'ordre est inférieur d'une unité.* On arrivera ainsi au premier ordre, et l'intégrale s'obtiendra par des intégrales définies successives dont le nombre sera au plus $n-1$. Si l'on a $n-1$ intégrales particulières de l'équation en φ, on en trouvera autant pour l'équation proposée, ce qui conduira à l'intégrale générale. Appliquée à l'équation de Riccati, cette méthode donne immédiatement

$$y = \int_0^\infty e^{-\frac{1}{m+2}\left[\alpha^{m+2} + \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{m+2}\right]} d\alpha,$$

ou encore,

$$y = \sqrt{x}\int_0^\infty e^{-\frac{x^{\frac{m}{2}+1}}{m+2}\left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}\right)} \alpha^{-\frac{m+4}{m+2}} d\alpha.$$

Cette intégrale s'obtient, en effet, en termes finis quand $\frac{m+4}{m+2}$ est un nombre pair, ou quand m est de la forme $\frac{-4i}{2i-1}$. Il résulte des recherches de M. Liouville, qu'on ne pourra pas même l'exprimer par une intégrale indéfinie dans tout autre cas. »

PHYSIQUE. — *Note sur le jaugeage et la graduation des thermomètres étalons à grande marche et à chambre intermédiaire; par* M. H. Walferdin.

(Commission précédemment nommée.)

« Dans une première communication faite à l'Académie, M. Person a proposé l'application d'une chambre intermédiaire, comme la modification la plus importante à introduire dans la construction du thermomètre pour lui donner de longs degrés.

» J'ai prouvé que j'avais depuis longtemps employé ce procédé pour construire des thermomètres étalons à grande marche (1).

» Dans sa seconde communication, M. Person a prétendu que la chambre intermédiaire que j'ai appliquée à ces thermomètres n'était pas jaugée, et que par conséquent ils n'indiquaient pas des valeurs absolues.

» Je crois avoir suffisamment établi, dans ma seconde Note (2), que cette chambre est soumise à un jaugeage aussi rigoureux que le jaugeage adopté pour tout autre thermomètre de précision qui ne porterait pas de chambre intermédiaire, et que cette opération a toute l'exactitude que comportent les procédés les plus perfectionnés. Ainsi l'instrument doit être considéré comme un thermomètre étalon à très-grande marche et n'ayant que la longueur d'un thermomètre ordinaire.

» Enfin, dans sa troisième communication, M. Person paraît tenir encore à la proposition de choisir des tubes décidément coniques, de préférence à ceux que l'on regarde comme le plus cylindriques.

» Je n'examinerai pas si cette proposition n'a point été déjà faite sans que, dans la pratique, on en ait tiré aucun avantage réel, ni si l'emploi de très-longs tubes pour le jaugeage n'offre pas des inconvénients insurmontables; mais, comme le mode d'après lequel on étire les tiges ne permet pas plus d'obtenir des tubes régulièrement coniques que des tubes rigoureusement cylindriques, et comme on parvient, au moyen de procédés convenables, à corriger avec une exactitude suffisante pour les recherches les plus délicates, les défauts de cylindricité des tubes reconnus comme étant le moins imparfaitement cylindriques, je crois devoir m'élever de nouveau contre une proposition que je regarde, avec beaucoup de physiciens, comme plus nuisible qu'utile pour la construction des thermomètres de précision. »

---

(1) *Comptes rendus,* t. XVII, p. 904.

(2) *Comptes rendus,* t. XVII, p. 1041.

CHIMIE. — *Recherches sur l'équivalent du zinc ; par* M. **P.-A. Favre.** (Extrait.)

(Commissaires, MM. Thenard, Dumas, Pelouze, Boussingault.)

« L'hypothèse du docteur Prout, reprise au point de vue expérimental par M. Dumas, est devenue, entre les mains de ce dernier chimiste, une question de la plus haute importance. Les expériences publiées par M. Jacquelain pour déterminer l'équivalent du zinc, m'ont décidé à entreprendre ce travail. La conviction exprimée par M. Jacquelain, que le nombre 414, donné par lui, est un minimum, reléguerait inévitablement le zinc hors de la série des multiples de l'hydrogène. Certes, il faut n'accepter que des théories sanctionnées par l'expérience; mais l'expérience ayant prononcé déjà en faveur de la théorie des équivalents multiples de l'hydrogène pour un grand nombre de corps, de nouvelles recherches sur l'équivalent du zinc étaient, je crois, nécessaires.

» L'habileté de M. Jacquelain ne me laissait pas d'espérance d'arriver par sa méthode, que je discute, à un résultat meilleur; aussi, suivant une autre marche, j'ai analysé divers échantillons d'oxalate de zinc préparés avec le plus grand soin et de la pureté desquels je pouvais répondre. J'ai cherché, d'autre part, la quantité d'eau décomposée pour oxyder un poids connu de zinc pur.

Première méthode.

» La détermination de l'équivalent du zinc, en partant de l'oxalate de zinc, a été exécutée en faisant passer les produits gazeux de la décomposition de ce sel à travers une colonne d'oxyde de cuivre portée au rouge, et en condensant l'acide carbonique formé. Connaissant le poids de cet acide carbonique, et le poids correspondant de l'oxyde de zinc obtenu comme résidu, on a toutes les données nécessaires pour obtenir l'équivalent du zinc, celui du carbone étant connu.

» Je décris avec détails dans mon Mémoire la préparation de l'oxalate de zinc, ainsi que l'appareil employé pour décomposer ce zinc et pour recueillir la totalité du carbone à l'état d'acide carbonique.

» Le mode d'expérimentation adopté a l'avantage de fournir tous les éléments du calcul dans une seule opération; en outre, il permet de faire abstraction de l'eau accidentelle que le sel pourrait contenir.

» Les dernières expériences exécutées avec tous les perfectionnements suggérés par l'étude du procédé ont fourni les nombres suivants pour l'équi-

valent du zinc (1) :

I.	II.	III.	IV.	Moyenne.
412,58	412,25	413,36	412,45	412,66

Ces nombres conduisent au chiffre 33,01 pour l'équivalent du zinc, en le rapportant à celui de l'hydrogène pris pour unité.

Deuxième méthode.

» La seconde série d'expériences a été exécutée en brûlant, par l'oxyde de cuivre, la totalité de l'hydrogène fournie par la décomposition de l'eau au moyen de l'acide sulfurique et du zinc, ce métal étant employé à l'état de pureté et en proportion connue. L'eau provenant de la combustion de l'hydrogène est recueillie et dosée par des tubes absorbants.

» L'appareil employé se trouve décrit dans mon Mémoire, ainsi que les précautions à observer pour la dessiccation des gaz et pour forcer la totalité de l'hydrogène à passer sur l'oxyde de cuivre incandescent. Le zinc employé a été purifié par le moyen indiqué par M. Jacquelain. Pour rendre ce zinc attaquable par l'acide sulfurique, on avait soin de le placer dans une nacelle en platine. La quantité de zinc employée à ces déterminations n'a pas été moindre de 16 grammes, et s'est élevée jusqu'à 68 grammes.

» Voici les nombres auxquels on est parvenu pour l'équivalent du zinc, en partant du chiffre 12,5, fixé pour l'équivalent de l'hydrogène :

I.	II.	III.	Moyenne.
412,27	411,77	412,42	412,16

» Ces chiffres représentent sensiblement un multiple de l'équivalent de l'hydrogène par le nombre 33. Ils s'accordent assez bien avec ceux obtenus par la première méthode.

» En résumé, on a

Équivalent du zinc par la première méthode.	412,63
Équivalent du zinc par la deuxième méthode..	412,16
Moyenne..	412,395

» L'équivalent de l'hydrogène étant 1, celui du zinc serait donc représenté par 32,991, chiffre bien voisin du nombre entier 33. »

(1) La quantité d'acide carbonique recueilli dans les diverses expériences a été portée jusqu'à 8 grammes, et n'a pas été moindre que 5 grammes.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Portes d'écluses articulées, à larges ouvertures, pour fermer les arches du Pont-Neuf, au moyen de la force même du courant ; par* M. B. **Fourneyron.**

« Le Mémoire présenté à l'Académie, il y a deux ans, par M. Fourneyron, avait été renvoyé à une Commission composée de MM. Arago, Poncelet, Coriolis et Piobert. Un extrait de ce travail avait été inséré dans les *Comptes rendus*, tome XIII, page 1024. Mais le Mémoire contenant la théorie mathématique de la porte articulée, et la solution de quelques questions qui s'y rattachent, était entre les mains de l'un des Commissaires, M. Coriolis, et n'a pu être retrouvé dans les papiers rentrés au secrétariat, après le décès de M. Coriolis.

» M. Fourneyron a dû reconstituer le Mémoire du 29 novembre 1841, et l'envoyer à l'Académie. Il y a joint un modèle des portes articulées appliquées à une arche de pont. M. Arago rappelle le contenu du Mémoire de M. Fourneyron, et explique le jeu des portes dont le modèle est sous les yeux de l'Académie, et qui sont destinées à être employées pour fermer les arches du Pont-Neuf, à Paris, afin de former une chute de la Seine, qui procurerait, sur ce point, une grande force destinée à élever, au moyen de turbines, un volume d'eau considérable à distribuer dans tous les quartiers de la ville. »

M. **Boquillon** adresse à l'Académie une réclamation relative au dernier ouvrage que M. *Becquerel* vient de publier.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée pour diverses communications de M. Boquillon relatives à la galvanoplastique.)

M. **Becquerel** répond à la réclamation de M. *Boquillon.* Comme cette réclamation a été renvoyée par l'Académie à une Commission dont M. Becquerel fait partie, nous attendrons le Rapport de la Commission pour en entretenir plus longuement les lecteurs du *Compte rendu.*

CORRESPONDANCE.



CHIMIE. — *Note sur la composition du wolfram ; par* M. **Ebelmen.**

« L'Académie a reçu dernièrement communication d'une Note de M. Margueritte sur la composition du wolfram. Je m'étais occupé, quelque temps

auparavant, du même sujet, à l'occasion d'un travail de M. Schaffgotsch sur ce minéral, et j'avais conclu de mes recherches sur deux variétés, l'une de Limoges, l'autre de Zinnwald, qu'il fallait revenir à l'ancienne opinion sur la composition de cette espèce et la considérer comme un tungstate neutre contenant des protoxydes de fer et de manganèse, de la magnésie et de la chaux. M. Margueritte, tout en admettant l'exactitude de mes analyses, les interprète d'une autre manière, et représente la composition du wolfram par la formule V^4O^5 (Fe^2O^3, Mn^2O^3) qui équivaut à $2\,[Wo^3\,(MnO, FeO)]$.

» J'ai répété les expériences sur lesquelles M. Margueritte appuie cette manière de voir, mais je n'ai pas obtenu les mêmes résultats.

» Du wolfram de Limoges en poudre impalpable a été mis en digestion à la température ordinaire, avec de l'acide chlorhydrique concentré et bien dépouillé de chlore libre, dans un petit flacon à l'émeri qui a été exactement rempli de liquide. Au bout de 48 heures, le wolfram était à peine attaqué et conservait sa couleur d'un brun rouge. La liqueur décantée et étendue d'eau se trouble et laisse déposer de l'acide tungstique. Essayée, soit par les prussiates, soit par l'ammoniaque, elle a donné tous les caractères des sels de protoxyde de fer ne contenant qu'une trace de peroxyde.

» En versant de nouvel acide sur le dépôt resté au fond du flacon, et essayant le liquide après une longue digestion, j'ai constamment obtenu de l'acide tungstique qui s'est précipité en étendant la liqueur d'eau, et toutes les réactions des sels de protoxyde de fer. Au bout de sept à huit jours, on commence à apercevoir au fond du vase un dépôt sensible d'acide tungstique, et en même temps des parties colorées en bleu; mais il n'y a encore qu'une très-faible portion du minéral attaquée.

» Cette coloration en bleu d'une partie de l'acide tungstique s'explique aisément par l'expérience suivante :

» Si l'on prend de l'acide tungstique provenant de la décomposition du tungstate d'ammoniaque par l'acide chlorhydrique, et qu'on le mette en digestion avec de l'acide chlorhydrique concentré et du protochlorure de fer, on le voit immédiatement se colorer en bleu. Ce dépôt bleu ne renferme pas de fer; car en le lavant par décantation, d'abord avec de l'acide chlorhydrique, puis avec de l'eau pure, jusqu'à enlèvement complet du chlorure de fer, puis le traitant par quelques gouttes d'une dissolution aqueuse de chlore, on le change instantanément en acide tungstique, et la liqueur ne contient pas une trace de fer.

» La quantité d'oxygène que cède l'acide tungstique pour se colorer en bleu est très-peu considérable, car c'est à peine si la liqueur acide qui sur-

nage le dépôt bleu accuse des traces de peroxyde de fer par les réactifs.

» Si, au lieu de traiter l'acide tungstique par le protochlorure de fer et l'acide chlorhydrique concentrés, on étend la liqueur d'eau, on n'aperçoit pas de coloration. La coloration bleue obtenue dans le premier cas disparaît en étendant la liqueur.

» Ainsi donc, l'acide tungstique, mis en présence de l'acide chlorhydrique concentré et du protochlorure de fer, devient bleu; le même résultat a dû se produire dans la décomposition du wolfram par l'acide chlorhydrique.

» M. Margueritte pense que l'acide tungstique et le protoxyde de fer ne peuvent pas exister en combinaison : on produit cependant facilement le tungstate de protoxyde de fer en précipitant une solution concentrée et chaude de tungstate d'ammoniaque par du protosulfate de fer : il se forme un dépôt d'un rouge briqueté dont les caractères sont les suivants :

» Traité par l'acide chlorhydrique étendu, il donne un dépôt non coloré d'acide tungstique, et la liqueur renferme du protochlorure de fer.

» Traité par le même acide concentré, il donne un dépôt d'acide tungstique coloré en bleu, et cependant il y a très-peu de peroxyde de fer dans la dissolution qui surnage.

» Par la potasse caustique à froid, il produit immédiatement un dépôt blanc-verdâtre qui, exposé à l'air, prend rapidement la couleur de l'hydrate de peroxyde de fer. La liqueur filtrée, essayée par un acide, donne un dépôt abondant d'acide tungstique.

» Les faits qui précèdent montrent clairement que l'acide tungstique et le protoxyde de fer peuvent exister en combinaison, et que la production d'un composé bleu, dans la décomposition du wolfram par l'acide chlorhydrique, tient à une réaction secondaire du protochlorure de fer sur l'acide tungstique.

» Il me paraît donc évident que le wolfram renferme le tungstène à l'état d'acide tungstique en combinaison avec les protoxydes de fer et de manganèse. La présence d'une petite quantité de magnésie et de chaux reconnue dans les analyses des deux variétés de wolfram que j'ai examinées, aurait été aussi tout à fait inexplicable s'il avait fallu considérer le fer et le manganèse à un autre état que celui de protoxyde. »

ÉLECTRO-CHIMIE. — *Sur l'électrotypie au moyen des courants par influence;* Lettre de M. **Dujardin**.

« J'ai l'honneur de signaler à l'Académie un fait d'électro-chimie que je

crois nouveau, et qui pourra avoir des conséquences pratiques d'un haut intérêt, c'est qu'on peut précipiter les métaux de leurs dissolutions salines sur la surface d'autres métaux, sans le secours de l'électricité voltaïque. On peut remplacer les courants voltaïques ou hydro-électriques, les seuls qu'on ait employés jusqu'à ce jour dans les opérations galvanoplastiques, par les courants magnéto-électriques, dont la découverte est due à M. Faraday. Les trois expériences dont je vais rendre compte en peu de mots ont été exécutées au moyen d'une machine magnéto-électrique de Clark, disposée de telle manière, que les courants d'induction cheminent tous dans la même direction.

» *Première expérience.* J'ai adapté à la machine, pour servir de conducteurs polaires, deux fils de platine. J'ai plongé ces deux fils dans une dissolution saturée de sulfate de cuivre, et j'ai fait fonctionner la machine. Au bout d'une minute environ, l'un des fils de platine était recouvert d'une couche épaisse de cuivre métallique, tandis que l'autre était blanc et brillant comme avant l'opération. Le fil de platine recouvert de cuivre m'a indiqué de quel côté se trouvait le pôle négatif de la machine.

» *Deuxième expérience.* Aux deux fils de platine j'ai substitué deux fils de cuivre argenté. J'ai plongé les bouts de ces fils dans une dissolution extrêmement faible de cyanure d'or et de potassium; j'ai mis en contact avec le fil négatif une pièce de monnaie de 50 centimes non décapée. Lorsque la machine eut fonctionné pendant une à deux minutes, la pièce d'argent commença à se dorer, mais faiblement et d'une manière irrégulière, sans doute parce qu'elle n'avait pas été nettoyée préalablement.

» *Troisième expérience.* Au bain d'or de l'expérience précédente j'ai substitué un bain d'argent concentré, mais trouble. J'ai mis en contact avec le fil négatif un bijou en laiton non déroché, dont la surface présentait des creux et des reliefs. J'ai fait marcher l'appareil, et, en un instant, le bijou a été argenté sur ses parties saillantes. Les creux ne se sont pas recouverts d'argent, probablement parce qu'on n'avait pas eu recours au dérochage, opération préliminaire indispensable.

» D'après ces trois expériences, faites à la hâte, il semblerait qu'on serait autorisé à penser que les machines magnéto-électriques, surtout si elles étaient d'un prix moins élevé, pourraient bien remplacer, dans les opérations industrielles de la dorure, de l'argenture, etc., les différentes sortes de piles voltaïques, qui toutes se détériorent assez promptement, et dont la manipulation est toujours désagréable. »

GÉOLOGIE. — *Réclamation de priorité relativement à la comparaison des cratères lunaires et des cratères terrestres; par* M. DE STRANTZ.

« Les *Comptes rendus de l'Académie*, t. XVI, p. 1032, font mention d'une comparaison des montagnes de la Terre avec celles de la Lune; c'est un objet dont je me suis occupé dans une séance spéciale de la Société silésienne tenue à Breslau, en 1841 (*Arbeiten der schlesischen Geselschaft für vaterländische Kultur*, 1841, p. 70-71); je crois que M. Élie de Beaumont n'en a pas eu connaissance.

» Partageant l'idée d'un savant célèbre par ses recherches géologiques, je dois m'en trouver honoré; les sciences ont même gagné par la publication de l'Académie. D'accord, en général, avec M. Élie de Beaumont, j'ai encore prouvé que toutes les montagnes lunaires en forme de cratère, peuvent être produites en miniature, moyennant des mines, c'est-à-dire des cratères isolés, ou plusieurs rangés en file, ou les petits dans les grands (moyennant des mines à plusieurs étages), etc.: chaque officier du corps du génie peut en donner témoignage. Il s'agit ici d'une éruption momentanée, d'une nature opposée à celles des volcans, qui se forment successivement en reproduisant des cônes de cendre. »

« M. ÉLIE DE BEAUMONT fait observer qu'il ne peut voir qu'avec satisfaction l'assentiment donné à ses idées dans un travail qui lui était resté inconnu, mais que ses premières remarques sur les formes des montagnes de la Lune, comparées à celles de certaines montagnes terrestres, remontent à l'année 1829. Ces remarques, dont celles insérées dans le t. XVI du *Compte rendu*, p. 1032, ne sont qu'une application, étaient évidemment aussi restées inconnues à M. le baron de Strantz. »

(Nous joignons ici la substance des deux Notes que M. Élie de Beaumont a communiquées sur ce sujet, en 1829, à la Société Philomatique.)

Note jointe à un Mémoire lu à la Société Philomatique, le 7 mars 1829; par M. L.-ÉLIE DE BEAUMONT.

« .... Pour un observateur qui serait placé dans un aérostat, à une grande
» hauteur au-dessus des montagnes qui entourent la Bérarde (dans l'Oisans),
» ces montagnes présenteraient une grande ressemblance de forme gé-
» nérale avec certains massifs de montagnes circulaires, mais sans piton au
» milieu, qu'une bonne lunette fait nettement apercevoir vers le milieu du
» disque de la Lune, lorsque ce satellite se présente à nous éclairé, à

» moitié, par les rayons du Soleil. Les cartes très-détaillées qui accompa-
» gnent la topographie de la partie visible de la surface de la Lune, pu-
» bliée à Dresde, en 1824, par M. W.-G. Lohrmann, montrent que les
» montagnes qui présentent une crête circulaire plus ou moins complète,
» entourant un espace moins élevé, y sont très-nombreuses. On y voit de
» ces espèces de cirques qui ont un diamètre de 20 myriamètres, c'est-à-
» dire à peu près égal à celui de la Bohême,..... et l'on en trouve de toutes
» les grandeurs au-dessous. Ces protubérances, en forme de couronne com-
» plète ou incomplète, se combinent souvent avec d'autres protubérances
» disposées plus ou moins irrégulièrement, et qu'elles semblent couper. J'ai
» copié, sur les cartes de M. Lohrmann, quatre de ces systèmes (*voy*. Pl. I,
» *fig*. 2, 3, 4 et 5), et j'ai dessiné à côté, sur la même échelle, des figures
» des montagnes de l'Oisans et du cratère de soulèvement de l'île de
» Palma, afin qu'on puisse juger des rapports de grandeur et de disposition
» générale des formes que je cherche à rapprocher. Il m'a semblé résulter
» de cette comparaison, que les figures de certaines montagnes de la Terre,
» transportées sur la carte de la Lune, n'y présenteraient quelque chose
» d'étrange qu'autant qu'on y laisserait l'indication trop prononcée des
» dégradations qu'elles ont subies et qu'elles subissent encore journellement
» par l'action des météores atmosphériques et des torrents.

» S'il est, en effet, une chose qui ressorte avec évidence de l'inspection
» de la surface de la Lune, c'est qu'elle ne présente aucun de ces systèmes
» de vallées convergentes qui forment toujours un des traits proéminents
» d'une représentation exacte d'une portion un peu élevée de la surface
» terrestre, et qui sont dus à l'action des eaux qui ont donné la dernière
» main à la forme de nos continents.... » (*Mémoires de la Société d'Histoire naturelle de Paris*, t. V, p. 17.)

Sur les rapports qui existent entre le relief de l'île de Ceylan et celui de certaines masses de montagnes qu'on aperçoit sur la surface de la Lune. Note lue à la Société Philomatique, le 19 décembre 1829, par M. L.-Élie de Beaumont.

« ..... L'île de Ceylan fournit un nouvel exemple de ce genre de ressem-
» blance. Sa forme générale...., abstraction faite de la partie plate qui, au
» nord de Trincomalee et de Négombo, s'étend vers Jaffnapatam...., se ré-
» duit à un cercle à peu près parfait, au milieu duquel se trouve un massif
» de montagnes presque circulaire, dont la surface s'élève, de toutes parts,
» de la circonférence vers le centre, en forme de cône très-surbaissé. Ce

» qu'il y a de plus particulier dans la forme de ce massif, c'est qu'aucune » des arêtes du cône ne se prolonge jusqu'à son centre ou à son axe; toutes » se terminent à une arête circulaire qui entoure le centre de l'île à une » distance d'environ 3 myriamètres et demi, et ce centre est occupé par une » cavité en forme d'entonnoir très-évasé, qui rappelle, en beaucoup plus » grand, les *caldera* des cratères de soulèvement.... En résumé, les mon- » tagnes primitives de l'île de Ceylan présentent une enceinte circulaire » beaucoup plus large et moitié moins haute que celle des montagnes pri- » mitives de l'Oisans. La hauteur du pic d'Adam est estimée à 6 152 pieds » anglais (1 874 mètres), tandis que celle du grand Pelvoux (dans l'Oisans) » est de 4 100 mètres. Le diamètre de la caldera de l'Oisans est de 2 myria- » mètres, et celui de la caldera de Ceylan, de 7 myriamètres environ. Les dia- » mètres d'un grand nombre de cirques très-nettement dessinés sur la sur- » face de la Lune seraient intermédiaires entre les deux précédents; par » exemple, celui du groupe circulaire appelé *Delambre* est de 5 myria- » mètres : de sorte que le diamètre de la caldera de Delambre surpasse le » diamètre de la caldera de l'Oisans, un peu plus que le diamètre de la » caldera de Ceylan ne surpasse le diamètre de la caldera de Delambre. Il » existe sur la surface de la Lune plusieurs cirques plus grands encore que » la caldera de Ceylan. Nous nous bornerons à citer ici celui nommé *Archi-* » *mèdes*, Pl. V, *fig.* 9, qui présente une ellipse parfaitement régulière dont » le grand axe est de 8 myriamètres, et qui est loin d'être lui-même le plus » grand de tous ceux que nous présente la surface de notre satellite. On » voit donc, de plus en plus, que ces figures annulaires que présentent les » surfaces de la Terre et de la Lune sont, du moins sous le rapport de leur » grandeur, des objets comparables. Afin de mettre les lecteurs des *An-* » *nales* plus à portée de juger des ressemblances dont il s'agit, on a copié » dans la Pl. V, *fig.* 4, 5, 6, 7 et 9, plusieurs des *caldera* de la Lune, telles » qu'elles sont dessinées dans les cartes jointes à la topographie de la surface » de la Lune, publiée à Dresde, en 1824, par M. W.-G. Lohrmann, et l'on a » intercalé entre elles les figures des *caldera* de l'île de Palma, de l'Oisans » et de Ceylan, dessinées sur la même échelle. On ne doit pas omettre de » faire remarquer qu'une partie des différences que présentent les figures » lunaires et terrestres, peut être attribuée à l'imperfection inévitable de ces » dernières, qui n'ont pas, comme les cartes de la Lune, l'avantage d'avoir » été dessinées par un observateur dont les regards plongent d'à-plomb sur » les objets qu'il doit représenter.... » (*Annales des Sciences naturelles*, t. XXII, p. 88.)

PHYSIOLOGIE. — *Sur quelques circonstances dont devraient faire mention les physiologistes en rendant compte de leurs expériences sur la respiration.* (Extrait d'une Lettre de M. SCHARLING à M. *Regnault*.)

« ... J'avais publié, dans le cahier de février 1843 des *Annalen der Chemie und Pharmacie*, des recherches sur la respiration; bientôt après, MM. Andral et Gavarret ont fait paraître, dans les *Annales de Chimie*, un premier Mémoire sur des recherches analogues. En même temps, le célèbre physiologiste allemand, M. Valentin, a eu la complaisance de m'apprendre qu'il en faisait aussi de semblables avec le chimiste Brunner, et que leurs résultats s'approchaient beaucoup des miens; de sorte qu'à l'heure qu'il est on s'occupe, du moins en trois lieux bien éloignés l'un de l'autre, d'un objet dont tous les savants reconnaissent l'importance.

» Il est donc à désirer que les expérimentateurs qui s'occupent de cette espèce de recherches fassent connaître, autant que possible, toute circonstance touchant l'état de santé des individus mis en expérience, laquelle pourrait rendre complète la comparaison. C'est pourquoi je prends la liberté de proposer à MM. Andral et Gavarret, comme à tout autre qui cherche à connaître la quantité d'acide carbonique que brûle un homme dans un temps donné, de faire savoir, non-seulement le sexe des personnes, leur âge, l'état de santé en général, les constitutions, l'heure du jour et la saison de l'année, etc., mais aussi :

» 1°. La température et la pression de l'air, et l'état du temps pendant l'expérience;

» 2°. Le nombre de pulsations du pouls et des respirations dans une minute;

» 3°. A quelle heure l'individu a mangé; s'il a pris de l'eau-de-vie, du café, du thé, ou d'autres aliments échauffants;

» 4°. Si l'individu, peu de temps auparavant, a été en mouvement ou en repos;

» 5°. Le poids de l'individu.

» Quoique j'approuve parfaitement les objections faites par MM. Andral et Gavarret contre l'opinion qui attribue le poids d'un individu à la différence de la quantité d'acide carbonique que brûlent les différents individus, j'espère pourtant que ces messieurs conviendront qu'en faisant la comparaison entre plusieurs personnes, il peut être intéressant d'en connaître le poids, les autres circonstances étant égales; et cela encore davantage si pendant les progrès de la guérison d'une maladie, on étudie le cours de la respiration. Quand même dans la suite on trouverait quelques-unes des observations que je viens de proposer superflues, la peine de les noter,

comparée à tous les autres soins apportés dans ces recherches, semble assez petite pour excuser une proposition qui perfectionnera peut-être des vues importantes à la science et à l'humanité. »

M. P. de Vigan, sourd-muet, écrit relativement aux résultats qu'il a obtenus dans des études poursuivies pour ainsi dire sans maître et sans le secours d'une direction étrangère. Avec un petit nombre de livres, et n'ayant guère à sa disposition d'autres instruments que ceux qu'il pouvait construire lui-même, M. de Vigan paraît avoir acquis dans plusieurs des sciences physiques, aussi bien que dans les sciences mathématiques, des connaissances assez étendues.

MM. Cauchy, Flourens et Francœur sont invités à se mettre en communication avec M. de Vigan, moins pour constater les résultats auxquels il annonce être parvenu, que pour rechercher si les obstacles mêmes qu'il a rencontrés n'auraient pas été pour lui l'occasion de s'ouvrir quelque voie nouvelle.

M. Champollion-Figeac écrit relativement à un procédé par lequel M. *Lavaud*, imprimeur-lithographe à Périgueux, « transporte directement sur la pierre les manuscrits de toutes les époques, sur papier, parchemin, toile ou papyrus, sans en faire préalablement ni calque ni copie figurée. » M. Champollion joint à sa Lettre plusieurs pièces justificatives, en annonçant qu'il les donne seulement en communication, la plupart ne lui appartenant pas.

M. Perré demande à reprendre une Note qu'il avait déposée sous enveloppe cachetée, en date du 6 décembre 1842.

Cette autorisation lui est accordée.

L'Académie accepte le dépôt de deux paquets cachetés, adressés, l'un par M. Rousseau, l'autre par M. Laurent Préfontaine.

La séance est levée à cinq heures. A.

ERRATA.

(Séance du 6 novembre 1843.)

Page 1043, ligne 15, ajouter le nom de M. Dutrochet à ceux des Commissaires désignés pour faire un Rapport sur un Mémoire de M. *Payer*, concernant la tendance des racines à fuir la lumière.

(Séance du 13 novembre.)

Page 1139, ligne 3, ajouter le nom de M. Dutrochet à ceux des Commissaires désignés pour l'examen du Mémoire de M. *Bailleul*, sur le lait bleu.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1843; n° 20; in-4°.

Annales de Chimie et de Physique; par MM. GAY-LUSSAC, ARAGO, CHEVREUL, DUMAS, PELOUZE, BOUSSINGAULT *et* REGNAULT; 3e série, tome IX; octobre 1843; in-8°.

Annales des Sciences naturelles; septembre 1843; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome IX, n° 3; in-8°.

Nouvelles Annales des Voyages; octobre 1843; in-8°.

Recherches théoriques et expérimentales sur les Roues à réaction ou à tuyaux; par M. COMBES. Paris, 1843; in-4°.

Bulletin de la Société industrielle d'Angers; juillet et août 1843; in-8°.

De la Méthode du docteur BEAUVOISIN, *excluant l'emploi de l'instrument tranchant dans le traitement du Cancer, des Tumeurs en général et des Ulcères;* Ier vol., in-8°.

Histoire naturelle agricole des Animaux domestiques de l'Europe, races de la Grande-Bretagne; par M. D. LOW; 1843; in-4°.

De l'Électrotypie; par M. BOQUILLON; broch. in-8°. (Extrait de la *Revue scientifique et industrielle de* M. QUENESVILLE.)

Annales des Maladies de la peau et de la Syphilis; par M. CAZENAVE; Ier volume; novembre 1843.

Revue zoologique; 1843, n° 10; in-8°.

Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles; tome XVI; 1843; in-8°.

Académie royale de Bruxelles. — Bulletin de la séance du 7 octobre 1843; in-8°.

An account... *Sur différents instruments pour la détermination des constantes d'un circuit voltaïque; par* M. CH. WHEATSTONE, professeur de physique au King's collége de Londres. (Extrait des *Trans. phil.*, part. IIe.) 1843; in-4°.

On the... *Sur la structure et l'homologie des Tentacules céphaliques dans le Nautile flambé; par* M. OWEN; $\frac{1}{2}$ feuille in-8°.

Notice of... *Sur une nouvelle espèce de Phoque* (Stenorhynchus serridens); *par* le même; $\frac{1}{8}$ de feuille in-8°.

A Description... *Description du Dipléidoscope ou Méridienne à double réflexion; par* M. DENT; broch. in-8°. Londres, 1843.

Bericht über... *Analyse des Mémoires lus à l'Académie des Sciences de Berlin, et destinés à la publication;* juillet 1843; in-8°.

Dei Metodi... *Des Méthodes analytiques; Mémoire de* M. A. CAUCHY. Rome, 1843; in-8°.

Proposta... *De l'emploi de l'Électromoteur voltaïque comme Pathoscope, ou de l'usage des courants électriques pour révéler les causes latentes de certaines maladies; par* M. P. MARIANINI, proto-médecin de Mortara; in-8°.

Memoria... *Sur quelques analogies et quelques dissemblances observées relativement à l'action magnétisante entre la bouteille de Leyde, la pile voltaïque et l'aimant; par* M. S. MARIANINI. (Extr. de la partie physique du tome XXIII des *Mémoires de la Société des Sciences de Modène.*) In-4°.

Memoria... *Sur l'Affaiblissement qui survient dans le magnétisme d'un barreau de fer quand on promène à sa surface un faible aimant, de manière à ce qu'on le magnétiserait, s'il ne l'était déjà, dans un sens contraire à celui où il l'est effectivement; par* le même. (Extr. du même vol. du *même Recueil.*) In-4°.

Di un Fenomeno.... *Sur un Phénomène que présentent les bulles de savon qu'on met à flotter sur du gaz acide carbonique contenu dans un bocal; par* le même; broch. in-8°.

Osservazioni... *Observations concernant la structure de l'arille; par* M. G. GASPARRINI. (Extr. du n° 10 des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Naples.*) In-4°.

Gazette médicale de Paris; t. IX, n° 46.

Gazette des Hôpitaux; t. V, n°s 134 à 136.

L'Écho du Monde savant; 10e année, n°s 39 et 40; in-4°.

L'Expérience; n° 333; in-8°.